

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA PROGRAMA DE
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

LYDIA ANDREA GONZÁLEZ CHÍA

**APLICAÇÃO E MELHORIAS DO
MÉTODO DE CONTROLE VRFT PARA
SISTEMAS MULTIVARIÁVEIS**

Porto Alegre
2015

LYDIA ANDREA GONZÁLEZ CHÍA

**APLICAÇÃO E MELHORIAS DO
MÉTODO DE CONTROLE VRFT PARA
SISTEMAS MULTIVARIÁVEIS**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.
Área de concentração: Controle e Automação

ORIENTADOR: Prof. Dr. Lucíola Campestrini

CO-ORIENTADOR: Prof. Dr. Diego Eckhard

Porto Alegre
2015

LYDIA ANDREA GONZÁLEZ CHÍA

**APLICAÇÃO E MELHORIAS DO
MÉTODO DE CONTROLE VRFT PARA
SISTEMAS MULTIVARIÁVEIS**

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Orientador: _____
Prof. Dr. Lucíola Campestrini,
Doutor pela UFRGS – Porto Alegre, Brasil

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Aurelio Tergolina Salton, PUC-RS
Doutor pela Universidade de Newcastle – Austrália

Prof. Dr. Alexandre Sanfelice Bazanella, UFRGS
Doutor pela Universidade Federal de Santa Catarina – Florianópolis, Brasil

Prof. Dr. Jeferson Vieira Flores, UFRGS
Doutor pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Porto Alegre, Brasil

Coordenador do PPGEE: _____
Prof. Dr. Alexandre Sanfelice Bazanella

Porto Alegre, fevereiro de 2015.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por me amparar nos momentos difíceis, me dar força interior para superar as dificuldades, mostrar o caminho nas horas incertas e me suprir em todas as minhas necessidades.

Uma palavra de reconhecimento a minha família, Ana, Eduardo, Alex e Kira que mesmo longe de mim me deram carinho, incentivo e apoio nas minhas decisões, para que eu pudesse finalizar este trabalho. A meu namorado e melhor amigo Sérgio, o seu amor, carinho e apoio foram fatores de grande importância e aos quais dou muito valor.

Aos meus orientadores Dr. Luciola Campestrini e Dr. Diego Eckhard, pela orientação e paciência, porque eles me deram as ferramentas, a liberdade e confiança necessária para a realização do projeto.

Tenho imensa gratidão com os meus colegas e amigos Bruno, Alessandra e Kauê pela grande ajuda desde o início do mestrado. Aos meus amigos Sergio O, Johan, Yuli, Oscar, Sergio R e Julieth que representaram um grande apoio desde o início nos momentos de incertezas e que também representam minha família neste país, obrigada por tanto carinho.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro (Bolsa de Estudo de Mestrado).

E a todos aqueles que, de alguma forma, contribuíram para que esta dissertação fosse realizada.

RESUMO

O projeto de controladores baseado em dados tem como finalidade o ajuste dos parâmetros de controle através de experimentos realizados no sistema, sem considerar modelos que descrevem a dinâmica ou identificação do processo. Na literatura existem diferentes abordagens para este tipo de controle, e a análise e a aplicação de um destes métodos é o propósito desta dissertação. O objetivo deste trabalho é apresentar uma melhoria ao método de sintonia de controladores baseado em Referência Virtual (VRFT) para sistemas multivariáveis (MIMO), visto que a metodologia apresentada na literatura limita a aplicação do método a uma classe restrita de processos. A metodologia de controle baseado em dados pode ser considerada consolidada para implementação em sistemas monovariáveis, porém a extensão desta metodologia a sistemas MIMO é uma necessidade a fim de acrescentar a aplicabilidade em processos cujas diferentes variáveis a serem controladas interferem umas nas outras. Diferente do método apresentado na literatura, o método proposto neste trabalho permite a aplicação do VRFT em sistemas MIMO onde os requisitos de desempenho podem ser escolhidos de forma específica para cada variável. Além disso, a utilização de variável instrumental e/ou um filtro mostram-se adequadas para estimar os controladores quando os dados são afetados por ruído. Considerando que a eficácia da metodologia depende de fatores como as características da planta, o modelo de referência e estrutura do controlador escolhidos, e a presença ou não de ruído, realiza-se uma comparação de resultados a fim de avaliar as melhorias obtidas. Finalmente, testes foram conduzidos em uma planta de nível do laboratório de controle, implementado o método proposto, o qual apresentou um desempenho satisfatório mostrando a aplicabilidade desta metodologia em sistemas reais.

Palavras-chave: Controle baseado em dados, VRFT, Sistemas Multivariáveis.

ABSTRACT

Data-driven control methods are a variety of control designs that are developed to use batches of input-output data collected, from the process to be controlled without making explicitly use of parametric models of these processes. Although data driven control methods have been largely used in SISO systems, the extent of this methodology to multivariable processes is yet a necessity, considering that the control design must take into account the multivariable nature of the process, that is, the interaction between different variables involved. The analysis and application of one of these methods is the main objective of this work, which is intended to present and improvement to the existing Virtual Reference Feedback Tuning Method (VRFT) for Multivariable systems, since the methodology disclosed in the literature restricts the application to a limited class of processes. Moreover, in this work it is proposed an extension of the VRFT method to the MIMO case, which does not present restrictions and closed loop performance of each variable can be determined accordingly. The method can be used to tune a centralized or decentralized controller. Furthermore, when the signals are corrupted by noise the use of an instrumental variable and/or an appropriate filter is proposed. All these contributions are demonstrated through simulations as well as tests conducted in a real plant, which showed satisfactory performance demonstrating the applicability of this method in real systems.

Keywords: Data-based control, VRFT, Multivariable systems.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1:	Representação do sistema em malha fechada	16
Figura 2:	Sistema utilizado para obtenção de dados e construção da referência virtual	18
Figura 3:	Processo multivariável	22
Figura 4:	Representação da interação entre as malha de um sistema 2×2	24
Figura 5:	Características da resposta transitória	26
Figura 6:	Estrutura do Controle descentralizado para um sistema TITO	29
Figura 7:	Estrutura do Controle por blocos desacopladores para um sistema TITO	30
Figura 8:	Estrutura do Controle centralizada	31
Figura 9:	Sistema TITO com controlador descentralizado.	36
Figura 10:	Sistema TITO com controlador cheio.	37
Figura 11:	Sistema utilizado para obtenção de dados e construção de referência virtual no caso TITO.	43
Figura 12:	Resposta do sistema em malha fechada com controlador, obtida com os dois algoritmos VRFT e o modelo de referência T_{d1}	53
Figura 13:	Resposta do sistema em malha fechada com controlador, obtida com os dois algoritmos VRFT e o modelo de referência T_{d2}	55
Figura 14:	Sinais de entrada degrau unitário para coleta de dados em malha aberta	56
Figura 15:	Saídas do sistema em malha aberta com entrada degrau unitário	56
Figura 16:	Sinais de entrada PRBS para coleta de dados em malha aberta	57
Figura 17:	Saídas do sistema em malha aberta com entrada PRBS	57
Figura 18:	Resultado do caso I com ruído: Resposta em malha fechada com controlador para dois tipos de sinal $u(t)$: Degrau e PRBS e o modelo de referência $T_{d2}(q)$	58
Figura 19:	Distribuição dos parâmetros estimados no caso I, utilizando sinais degrau como entrada $u(t)$	59
Figura 20:	Distribuição dos parâmetros estimados no caso I, utilizando sinais PRBS como entrada $u(t)$	59
Figura 21:	Resposta do sistema em malha fechada com o controlador médio para dois tipos de sinal $u(t)$ para coleta dos dados e o modelo de referência $T_{d2}(q)$	60
Figura 22:	Resultado do caso II com ruído: Resposta em malha fechada para dois tipos de sinal $u(t)$ para coleta de dados e o modelo de referência T_{d2}	61
Figura 23:	Distribuição dos parâmetros estimados no caso II, utilizando sinais degrau como entrada $u(t)$	62

Figura 24:	Distribuição dos parâmetros estimados no caso II, utilizando sinais PRBS como entrada $u(t)$	63
Figura 25:	Resposta do sistema em malha fechada com o controlador médio, para dois tipos de sinal para coleta de dados, e o modelo de referência T_{d2}	64
Figura 26:	Resultado do caso II com ruído: Resposta em malha fechada com controlador para dois tipos de sinal $u(t)$: Degrau e PRBS e o modelo de referência $T_{d2}(q)$	65
Figura 27:	Distribuição dos parâmetros estimados no caso III, utilizando sinais degrau como entrada $u(t)$ Note que os valores médios * correspondem aos parâmetros ideais +.	66
Figura 28:	Distribuição dos parâmetros estimados no caso III, utilizando sinais PRBS como entrada $u(t)$. Note que os valores médios * correspondem aos parâmetros ideais +.	66
Figura 29:	Resposta do sistema em malha fechada com controlador para dois tipos de sinais para coleta dos dados e o modelo de referência $T_{d2}(q)$	67
Figura 30:	Resultado do caso I sem condições ideais: Resposta em malha fechada com controlador para dois tipos de sinal $u(t)$: Degrau e PRBS e o modelo de referência $T_{d2}(q)$	69
Figura 31:	Distribuição dos parâmetros estimados no caso I, utilizando sinais degrau como entrada $u(t)$	70
Figura 32:	Distribuição dos parâmetros estimados no caso I, utilizando sinais PRBS como entrada $u(t)$	70
Figura 33:	Resposta do sistema em malha fechada com o controlador médio para dois tipos de sinal $u(t)$ para coleta dos dados e o modelo de referência $T_{d2}(q)$	71
Figura 34:	Resultado do caso II sem condições ideais: Resposta em malha fechada com controlador para dois tipos de sinal $u(t)$: Degrau e PRBS e o modelo de referência $T_{d2}(q)$	72
Figura 35:	Distribuição dos parâmetros estimados no caso II sem condições ideais, utilizando sinais degrau como entrada $u(t)$	73
Figura 36:	Distribuição dos parâmetros estimados no caso II sem condições ideais, utilizando sinais PRBS como entrada $u(t)$	74
Figura 37:	Resposta do sistema em malha fechada com controlador para dois tipos de sinais para coleta dos dados e o modelo de referência T_{d2}	75
Figura 38:	Planta Física	76
Figura 39:	Diagrama de descrição da planta de Nível	77
Figura 40:	Sinais de entrada utilizados para a coleta dos dados em malha aberta na planta.	77
Figura 41:	Conjunto de dados de saída obtidos através do ensaio em malha aberta na planta.	78
Figura 42:	Resultado Caso I: Resposta do sistema em malha fechada com controlador, sinal de referência e a resposta desejada dada por T_d	79
Figura 43:	Resultado Caso II: Resposta do sistema em malha fechada com controlador, sinal de referência e a resposta desejada dada por $T_d(q)$	80

LISTA DE TABELAS

Tabela 1:	Parâmetros dos controladores para cada metodologia no caso sem ruído	54
Tabela 2:	Valores da função custo para as estimativas obtidas no caso sem ruído II	55
Tabela 3:	Parâmetros do controlador caso I	58
Tabela 4:	Parâmetros médios do controlador caso I	60
Tabela 5:	Parâmetros do controlador caso II	61
Tabela 6:	Parâmetros médios do controlador caso II	63
Tabela 7:	Parâmetros do controlador caso III	65
Tabela 8:	Parâmetros do controlador no caso III	67
Tabela 9:	Valores da função custo para as estimativas medias obtidas através das três metodologias	68
Tabela 10:	Parâmetros do controlador caso I	69
Tabela 11:	Parâmetros médios do controlador caso I	71
Tabela 12:	Parâmetros do controlador caso II	72
Tabela 13:	Parâmetros do controlador no caso III	74
Tabela 14:	Valores da função custo para as estimativas obtidas através das duas metodologias	75
Tabela 15:	Plante de Nível: Parâmetros do controlador no caso I	78
Tabela 16:	Plante de Nível: Parâmetros do controlador no caso II	80
Tabela 17:	Valores da função custo para as estimativas obtidas na planta.	81

LISTA DE ABREVIATURAS

CbT	<i>Correlation Based Tuning</i>
FDT	<i>Frequency Domain Tuning</i>
IFT	<i>Iterative Feedback Tuning</i>
IV	Variável Instrumental
LTI	<i>Linear Time Invariant</i>
MIMO	<i>multiple-input multiple-output</i>
PI	Proporcional-Integral
PID	Proporcional-Integral-Derivativo
PRBS	<i>Pseudorandom binary sequence</i>
RGA	Matriz de ganhos relativos
SISO	<i>single-input single-output</i>
SVD	<i>Singular Value Decomposition</i>
TITO	<i>two-input two-output</i>
VRFT	<i>Virtual Reference Feedback Tuning</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

φ_a	Espectro do sinal a
$J(\cdot)$	Função custo
A^{-1}	Inverso de A
$\min(\cdot)$	Mínimo
$1 \cdot 1$	Norma 2
q	Operador de avanço
∇	Operador de derivada parcial
P	Parâmetros do controlador no caso MIMO
ρ	Parâmetros do controlador no caso SISO
	Somatório
γ	Tamanho do passo da iteração
$(\cdot)^T$	Transposto
$E(\cdot)$	Valor esperado
σ_e^2	Variância do ruído branco

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
2	CONTROLE BASEADO EM DADOS	15
2.1	Introdução	15
2.2	Considerações gerais de sistemas SISO	15
2.3	Virtual Reference Feedback Tuning (VRFT)	18
2.3.1	Uso de dados com ruído	20
2.4	Aplicação a sistemas Multivariáveis	21
3	CONTROLE DE SISTEMAS MULTIVARIÁVEIS	22
3.1	Descrição de Sistemas Multivariáveis	22
3.1.1	Variáveis de um sistema de controle	24
3.1.2	Métricas utilizadas para pareamento entrada-saída	25
3.2	Requisitos de Desempenho em Sistemas de Controle	26
3.2.1	Sistemas Monovariáveis	26
3.2.2	Estruturas MIMO de controle empregadas na literatura	29
3.3	Controle PID	31
3.4	Considerações Finais	32
4	APLICAÇÃO DO MÉTODO VRFT EM SISTEMAS MULTIVARIÁVEIS	33
4.1	Considerações Gerais de Sistemas MIMO	33
4.1.1	Estrutura do Controlador	35
4.1.2	Estrutura do Modelo de Referência	37
4.2	VRFT em Sistemas Multivariáveis	38
4.3	VRFT MIMO na literatura	39
4.3.1	Implementação do método	40
4.4	Melhoria do método VRFT para Sistemas MIMO	42
4.4.1	Caso sem ruído	43
4.4.2	Caso com Ruído	46
4.5	Considerações Finais	50
5	RESULTADOS - ESTUDO DE CASOS	51
5.1	Introdução	51
5.2	Sistema I	51
5.2.1	Caso sem ruído I	52
5.2.2	Caso sem ruído II	53
5.2.3	Caso com ruído	55
5.2.4	Caso sem condições ideais	68

5.3	Planta de Nível	76
5.3.1	Caso I	78
5.3.2	Caso II - Filtro	79
6	CONCLUSÕES	82
	REFERÊNCIAS	84

1 INTRODUÇÃO

Métodos de controle baseado em dados apresentam um forte apelo na aplicação ao controle de processos que, muitas vezes, devem ser tratados como multivariáveis devido ao acoplamento entre as variáveis envolvidas. Na indústria, modelos precisos e confiáveis das plantas são muitas vezes difíceis de obter, principalmente devido à alta complexidade da planta e ao custo elevado da modelagem. Além disso, os controladores projetados com base em modelos de ordem reduzida podem levar a um desempenho não desejado quando aplicados a plantas reais, por causa dos erros de modelagem. Uma alternativa ao projeto de controle baseado em modelo é denominado Controle Baseado em Dados. Sua principal característica é que o projeto é realizado através de dados de entrada e saída coletados no processo a ser controlado. Desta forma, a etapa de modelagem ou de identificação do sistema não é mais necessária. Todavia, algumas aproximações do modelo do processo podem ser empregadas para fins secundários nestes métodos.

Outra característica do controle baseado em dados é que a estrutura do controlador é fixa, portanto a complexidade é restrita a controladores de estrutura conhecida como por exemplo PI e PID's. Controladores de baixa ordem são geralmente preferidos na indústria porque o tamanho do controlador pode ser limitado pelo hardware ou requisitos computacionais. Além disso, esses controladores são mais simples e baratos de implementar.

É desejável que um método de ajuste obtenha as informações necessárias do processo para a determinação do controlador da maneira menos invasiva possível, dado que na maioria dos processos industriais não é possível parar as operações para testar o funcionamento de um novo controlador dinâmico (BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD, 2011).

Nos últimos anos, vários métodos de projeto de controladores baseado em dados têm surgido na literatura os quais foram introduzidos por (HJALMARSSON; GUNNARSSON; GEVERS, 1994), (KAMMER; BITMEAD; BARTLETT, 2000), (KARIMI; MIŠKOVIĆ; BONVIN, 2004), (CAMPI; LECCHINI; SAVARESI, 2002), denominados respectivamente como IFT - *Iterative Feedback Tuning*, FDT - *Frequency Domain Tuning*, CbT - *Correlation Based Tuning* e VRFT - *Virtual Reference Feedback Tuning*.

Embora cada método apresente uma abordagem diferente, é correto afirmar que grande parte das metodologias estão baseadas em um problema de otimização, onde deseja-se encontrar o argumento que minimiza uma dada função custo, a qual representa os requisitos de desempenho do sistema em malha fechada. Assim, um custo menor significa uma resposta em malha fechada mais próxima da desejada.

Os métodos de sintonia de controladores baseados em dados estão definidos de forma consolidada para sistemas monovariáveis. No entanto, considerando que grande parte dos processos industriais possuem mais de uma entrada e saída, a extensão destes métodos a sistemas MIMO é uma necessidade a fim de acrescentar a aplicabilidade em processos re-

ais. Neste domínio, algumas abordagens foram apresentadas: (JANSSON; HJALMARSSON; HANSSON, 2002), (MISKOVIC et al., 2005), (NAKAMOTO, 2004), porém, em alguns casos o desempenho satisfatório somente é garantido sob algumas restrições no projeto, o que limita a aplicabilidade destas metodologias.

A partir do que foi exposto, é possível definir as motivações para este trabalho que está concentrado no aprimoramento de um método de sintonia de controladores baseado em referência virtual (VRFT) e sua aplicação em sistemas multivariáveis. Isto será feito com algumas modificações no método apresentado em (NAKAMOTO, 2004), mas que, como será mostrado, trará benefícios significativos, tornando o método adequado em uma gama maior de processos.

Sendo assim, o Capítulo 2 apresenta o referencial teórico do projeto de controle baseado em dados, caracterizando cada um dos principais métodos abordados na literatura, definindo os parâmetros a serem otimizados, o critério de desempenho e a teoria necessária para sua implementação. Especial ênfase é dada na descrição do método VRFT que representa a base da teoria neste trabalho.

No Capítulo 3 são definidos os sistemas multivariáveis e é disposta a descrição das características representativas destes sistemas. Posteriormente são apresentadas as especificações de desempenho que devem ser consideradas para definir o comportamento desejado, para finalmente mostrar alguns tipos de controle existentes com suas vantagens e limitações.

O desenvolvimento do método proposto como objetivo deste trabalho é mostrado no Capítulo 4, pela descrição do método apresentado por (NAKAMOTO, 2004) com a exposição das restrições. Na sequência é apresentado o método proposto que permite a aplicação do VRFT em sistemas MIMO onde os requisitos de desempenho podem ser escolhidos de forma específica para cada variável.

As aplicações e comparações dos dois métodos são apresentados no Capítulo 5, através de simulações em um sistema multivariável sob condições diferentes. Posteriormente é mostrada a implementação da metodologia proposta em uma planta piloto de controle de nível, a fim de avaliar o desempenho do algoritmo em um processo real.

Finalmente no Capítulo 6, serão apresentadas as conclusões atingidas após os experimentos, bem como, a definição de trabalhos futuros.

2 CONTROLE BASEADO EM DADOS

2.1 Introdução

O controle baseado em dados faz referência ao projeto de sintonia de controladores que utiliza dados de entrada e saída obtidos de maneira experimental no sistema, a fim de projetar um controlador que atende as especificações de desempenho desejadas, sem a necessidade de um modelo matemático do processo a ser controlador. É visto na literatura que existem vários métodos de controle baseado em dados para sistemas monovariáveis, os quais podem ser iterativos: IFT (HJALMARSSON; GUNNARSSON; GEVERS, 1994), FDT (KAMMER; BITMEAD; BARTLETT, 2000), CbT (KARIMI; MIŠKOVIĆ; BONVIN, 2004), ou de um único experimento: VRFT (CAMPI; LECCHINI; SAVARESI, 2002). Neste capítulo são apresentadas as diferentes metodologias aplicadas em sistemas SISO, dando ênfase no desenvolvimento do método VRFT apresentado em (CAMPI; LECCHINI; SAVARESI, 2002) e detalhado em (BAZANELLA; CAMPES-TRINI; ECKHARD, 2011), como base para a posterior implementação desta metodologia em sistemas multivariáveis.

2.2 Considerações gerais de sistemas SISO

Seja um processo Linear Invariante no Tempo (LTI) monovariável em tempo discreto

$$y(t) = G(q)u(t) + v(t), \quad (1)$$

onde q é o operador de avanço no tempo, $G(q)$ é a função de transferência que descreve o comportamento do sistema, os sinais $u(t)$ e $y(t)$ representam a entrada e saída da planta respectivamente. O ruído $v(t)$ é representado como $v(t) = H(q)e(t)$ onde $e(t)$ é o ruído branco com variância de σ_e^2 .

Este processo é controlado por um controlador invariante no tempo como visto na Figura 1, o qual pertence a uma classe dada C de funções de transferência lineares.

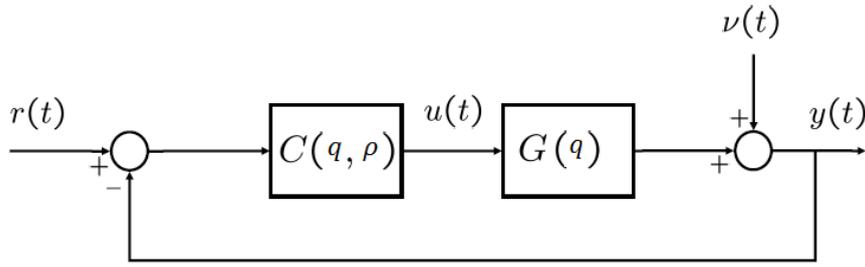


Figura 1: Representação do sistema em malha fechada

Esta classe faz com que $C(q, \rho)G(q)$ possua um grau relativo positivo para todos os $C(q) \in \mathcal{C}$. O controlador é parametrizado por um vetor de parâmetros $\rho \in \mathbb{R}^l$ tal que a entrada de controle $u(t)$ pode ser escrita como

$$u(t) = C(q, \rho)(r(t) - y(t)), \quad (2)$$

em que $r(t)$ é o sinal de referência assumido como quasi-estacionário, e não correlacionado com o ruído, isto é

$$\bar{E}[r(t)e(s)] = 0 \quad \forall t, s, \quad (3)$$

onde $\bar{E}[\cdot]$ é definido por

$$\bar{E}[f(t)] \triangleq \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N E[f(t)] \quad (4)$$

e $E[\cdot]$ denota esperança (LJUNG, 1998). O sistema (1)-(2) em malha fechada se torna

$$y(t, \rho) = G(q)C(q, \rho)(r(t) - y(t)) + v(t), \quad (5)$$

e portanto,

$$(G(q)C(q, \rho) + 1)y(t, \rho) = G(q)C(q, \rho)r(t) + v(t) \quad (6)$$

e então,

$$y(t, \rho) = \frac{G(q)C(q, \rho)r(t)}{G(q)C(q, \rho) + 1} + \frac{v(t)}{G(q)C(q, \rho) + 1} \quad (7)$$

ou alternativamente

$$y(t, \rho) = T(q, \rho)r(t) + S(q, \rho)v(t), \quad (8)$$

onde

$$T(q, \rho) = \frac{C(q, \rho)G(q)}{1 + C(q, \rho)G(q)}, \quad S(q, \rho) = \frac{1}{1 + C(q, \rho)G(q)} \quad (9)$$

onde é mostrada a dependência dos parâmetros do controlador ρ em relação ao sinal de saída $y(t)$.

Um bom sistema de controle é aquele que leva a variável controlada ao seu valor desejado tão rápido quanto possível, com uma potência de entrada tão baixa quanto possível. Uma maneira clássica de especificar o desempenho desejado para o sistema em malha fechada é por meio de um modelo de referência. Este modelo de referência nada mais é do que a função de transferência desejada para o sistema em malha fechada:

$$y_d(t) = T_d(z)r(t).$$

Para atingir este objetivo, pode ser projetado um controlador que gere a resposta do sistema em malha fechada o mais próxima da resposta "desejada" (y_d). Uma maneira comum de solucionar este problema é escrevê-lo como uma função custo a ser minimizada através de um problema de otimização. Assim, a função custo é descrita como a diferença entre a saída do sistema em malha fechada com controlador e a saída desejada (ANDERSON; MOORE, 1971). A função custo é dada por

$$J(\rho) = \sum_{t=1}^{\infty} [y(t, \rho) - y_d(t)]^2. \quad (10)$$

Esta função custo ainda pode ser dividida em duas partes ao considerar que o sinal de referência e o ruído do sistema são descorrelacionados. Assim, a função custo dada em (10) é separada nos custos $J^{MR}(\rho)$ referente ao seguimento de referência, e $J^E(\rho)$ relacionada à rejeição ao ruído (BAZANELLA et al., 2008)

$$J^{MR}(\rho) = \sum_{t=1}^{\infty} [T(q, \rho) - T_d(q)]r(t)]^2. \quad (11)$$

$$J^E(\rho) = \sum_{t=1}^{\infty} [S(q, \rho)v(t)]^2. \quad (12)$$

O problema de seguimento de referência surge da necessidade que a resposta do sistema em malha fechada seja a mais próxima possível de uma determinada referência não nula. Se apenas o problema de seguimento de referência for considerado, o controlador ideal $C_d(q)$ com o qual o sistema em malha fechada atinge exatamente o modelo de referência $T_d(q)$ é dado por

$$C_d(q) = \frac{T_d(q)}{G(z)(1 - T_d(q))} \quad (13)$$

Se o modelo do processo $G(q)$ for conhecido e o controlador não tiver restrições quanto à sua estrutura, basta então aplicar (13) para obter o controlador.

Verifica-se através de (11) e (12) que é possível minimizar somente uma parte do critério de desempenho ou minimizar os dois simultaneamente, isto depende do objetivo do projeto de controle. Os diferentes métodos de controle baseados em dados podem ser classificados em dois grupos. Os métodos iterativos, nos quais são realizados um ou mais ensaios no processo, o controlador é atualizado, ou seja, modificações são feitas nos parâmetros do controlador a cada passo, e o processo se repete até que o valor da função custo atinja um valor mínimo. Dentre os diferentes métodos iterativos podem ser citados o método IFT (*Iterative Feedback Tuning*) (HJALMARSSON; GUNNARSSON; GEVERS, 1994), o método FDT (*Frequency Domain Tuning*) (KAMMER; BITMEAD; BARTLETT, 2000) e o método CbT (*Correlation based Tuning*) (KARIMI; MIŠKOVIĆ; BONVIN, 2004). Esses métodos utilizam algoritmos do gradiente ou Newton para encontrar o mínimo da função custo, e diferem entre si, pois propõem metodologias diferentes para o cálculo do estimador do gradiente.

Por outro lado, existem métodos não iterativos, por exemplo, o método VRFT (*Virtual Reference Feedback Tuning*) (CAMPI; LECCHINI; SAVARESI, 2002) e o método

OCI (*Identificação do controlador ótimo*) (CAMPESTRINI, 2010) onde apenas um experimento é realizado para obter os dados necessários para o projeto do controlador. A grande vantagem de um método direto está no fato de que a planta é utilizada o menor tempo possível, minimizando os prejuízos na produção. O método de controle VRFT é o foco deste trabalho, e será apresentado a seguir.

2.3 Virtual Reference Feedback Tuning (VRFT)

O Método VRFT, que pode ser traduzido como *Sintonia de Controladores baseado em referência virtual*, é um método de estimação de parâmetros de controladores discretos, baseado unicamente em dados de entrada/saída, obtidos do processo em um experimento em malha aberta ou fechada. Introduzido por (CAMPI; LECCHINI; SAVARESI, 2002), representa uma atrativa metodologia experimental não iterativa, isto é, para a aplicação do método, somente um experimento na planta é requerido. Posteriormente, em (CAMPI; SAVARESI, 2006) foi apresentada uma extensão a processos não lineares, enquanto que em (NAKAMOTO, 2004) e (FORMENTIN; SAVARESI, 2011) foi proposta uma aplicação em sistemas multivariáveis. Uma aplicação do método VRFT para lidar com sistemas de fase não mínima foi apresentado por (CAMPESTRINI et al., 2011).

Considera-se o caso sem ruído em que $e(t) = 0$ em (1), através de um experimento em malha aberta ou fechada são coletados os dados de entrada $u(t)$ e saída da planta $y(t)$. Com os dados de saída é calculada a referência virtual

$$\bar{r}(t) = T_d(q)^{-1}y(t) \quad (14)$$

Este sinal é chamado de *referência virtual* pois não é utilizado para gerar $y(t)$. Se aplicássemos $\bar{r}(t)$ ao sistema em malha fechada com o controlador $C(q, \rho)$, gostaríamos que $y(t)$ fosse medido como saída do processo. Na Figura 2 é apresentado o diagrama ilustrativo da metodologia

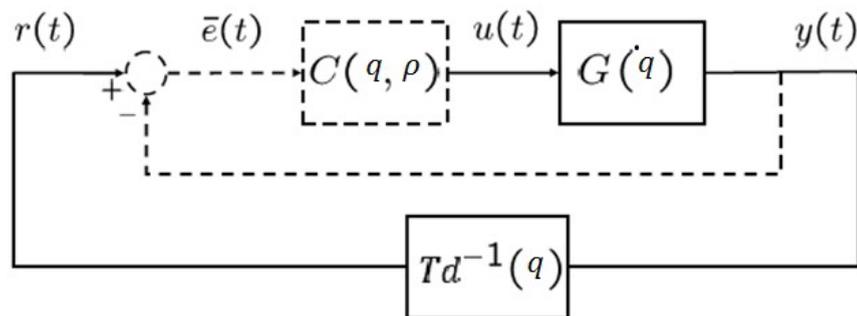


Figura 2: Sistema utilizado para obtenção de dados e construção da referência virtual

Neste caso o erro de seguimento de referência seria dado por

$$\bar{e}(t) = \bar{r}(t) - y(t) \quad (15)$$

o qual é conhecido como erro virtual. Apesar de o modelo da planta $G(q)$ ser desconhecido, quando a planta é excitada pelo sinal de entrada $u(t)$, gera $y(t)$ como sua saída. Portanto, um bom controlador seria aquele que consegue gerar $u(t)$ quando excitado pelo sinal $\bar{e}(t)$. Dado que os dois sinais $u(t)$ e $\bar{e}(t)$ são conhecidos, o projeto do controlador

é apresentado como uma identificação da relação dinâmica entre estes dois sinais. Assim sendo, o método VRFT resulta na minimização do seguinte critério

$$J^{VR}(\rho) = \sum_{t=1}^N [u(t) - C(q, \rho)\bar{e}(t)]^2 \quad (16)$$

Seja o controlador $C(q, \rho)$ linear em ρ , isto é,

$$C(q, \rho) = \rho^T \bar{C}(q), \quad (17)$$

onde $\rho = [\rho_1 \ \rho_2 \ \dots \ \rho_n]^T$ é um vetor que representa os parâmetros do controlador a serem calculados e o vetor $\bar{C}(q) = [\bar{C}_1(q) \ \bar{C}_n(q) \ \dots \ \bar{C}_n(q)]^T$ é composto de funções de transferência racionais causais. Então o critério em (16) é uma função quadrática do vetor de parâmetros ρ , e portanto, a solução deste problema de otimização pode ser obtida através da aplicação do método dos mínimos quadrados, isto é, através do seguinte cálculo

$$\rho^{VR} = \sum_{t=1}^N \phi(t) \phi(t)^T \sum_{t=1}^N [\phi(t) u(t)]. \quad (18)$$

onde

$$\phi(t) = \bar{C}(q)\bar{e}(t)$$

e N representa o número de amostras utilizadas no experimento.

Considere que o controlador ideal (13) pertença à classe de controladores considerada, isto é $C_d(q) \in \mathcal{C}$, ou, equivalentemente,

$$\exists \rho_d : C(q, \rho_d) = \rho_d^T \bar{C}(q) = C_d(q). \quad (19)$$

O valor do parâmetro ρ_d é o mínimo global para ambos critérios (10) e (16), já que ambos resultam em zero quando $\rho = \rho_d$. Sob essa premissa, o mínimo global é único para ambos critérios, desde que o vetor regressor seja persistentemente excitante (CAMPI; LECCHINI; SAVARESI, 2002) (BAZANELLA et al., 2008).

Quando não existem condições ideais, ou seja, o controlador ideal não pertence à classe do controlador escolhido $C_d(q) \notin \mathcal{C}$, o mínimo dos critérios (10) e (16) não é o mesmo. A fim de tornar esses mínimos próximos é proposta a utilização de um filtro $L(z)$ (BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD, 2011), o qual é aplicado nos sinais $u(t)$ e $\bar{e}(t)$ assim

$$J^{VR}(\rho) = \sum_{t=1}^N [L(q)u(t) - C(q, \rho)L(q)\bar{e}(t)]^2 \quad (20)$$

ou alternativamente,

$$J^{VR}(\rho) = \sum_{t=1}^N \left[L(q)u(t) - C(q, \rho)L(q) \frac{1 - T_d(q)}{T_d(q)} y(t) \right]^2$$

Nesse caso, o filtro é definido como

$$|L(e^{j\omega})|^2 = |1 - T_d(e^{j\omega})|^2 |T_d(e^{j\omega})|^2 \frac{\phi_r}{\phi_u}$$

onde φ_r e φ_u são definidos como os espectro de potência dos sinais de referência $r(t)$ e de entrada $u(t)$.

Com a inclusão do filtro, a nova função de parâmetros do controlador é dada por

$$\rho^{VR} = \sum_{t=1}^f \phi_L(t) \phi_L(t)^T \sum_{t=1}^{1-1} [\phi_L(t) u_L(t)]. \quad (21)$$

onde $\phi_L = L(q)\phi(t)$ e $u_L(t) = L(q)u(t)$. A formulação do filtro $L(q)$ é válida para os casos em que o controlador ideal, apesar de não pertencer à classe escolhida, não seja muito diferente dos controladores pertencentes a esta.

2.3.1 Uso de dados com ruído

A formulação do método VRFT é proposta para sistemas sem influência do ruído, uma condição pouco comum em processos de controle. Em processos afetados por ruído os resultados dados pelo algoritmo resultam em uma estimativa polarizada dos parâmetros do controlador. Em (CAMPI; LECCHINI; SAVARESI, 2002) foi proposto o uso de uma variável instrumental (IV), para remover a polarização no cálculo dos parâmetros mantendo as propriedades do algoritmo VRFT. A IV pode ser expressada como:

$$\zeta(t) = \bar{C}(q)(T\sigma^{-1}(q) - 1)y'(t). \quad (22)$$

Na literatura são apresentadas duas formas de obter $y'(t)$ (Savaresi 2002), que representa um conjunto alternativo de dados de saída utilizados para o cálculo da variável instrumental.

- Identificação da planta: Consiste na identificação do modelo do sistema $G(q)$ através dos dados $u(t)$ e $y(t)$ coletados na planta. Seguidamente do cálculo de $y'(t)$ tal que $y'(t) = G'(q)u(t)$ e a obtenção da variável instrumental $\zeta(t)$ dada em (22). Este método depende diretamente da precisão na aproximação do modelo da planta, que ao depender de dados com ruído pode gerar uma estimativa inexata de $G'(q)$. À vista disso, não é possível garantir que as estimações obtidas com este método ρ^{IV} tendam assintoticamente para (23)(CAMPI; LECCHINI; SAVARESI, 2002).
- Segundo experimento: Consiste em realizar um segundo experimento utilizando o mesmo conjunto de dados de entrada $u(t)$ e gerar um novo conjunto de dados de saída $y'(t)$. Logo, obter a variável instrumental como apresentado em (22). Observe-se que os dados $y(t)$ e $y'(t)$ são diferentes ao serem corrompidos por duas diferentes realizações de ruído. Além disso, é possível assumir que os ruídos não são correlacionados e, portanto, garantir que a estimativa de ρ^{IV} tende assintoticamente a (23)(CAMPI; LECCHINI; SAVARESI, 2002).

Uma vez que a variável instrumental seja escolhida, a equação do cálculo dos parâmetros do controlador (23) se torna em

$$\rho^{IV} = \sum_{t=1}^f \zeta(t) \phi(t)^T \sum_{t=1}^{1-1} [\zeta(t) u(t)]. \quad (23)$$

É importante destacar que uma das principais vantagens que fazem este método atrativo para a sintonia de controladores, é que somente precisa de um experimento ou no máximo dois (se é utilizada a variável instrumental) a fim de calcular os parâmetros do controlador, diferente dos outros métodos que se caracterizam por serem iterativos.

2.4 Aplicação a sistemas Multivariáveis

Considerando que grande parte dos processos industriais possuem mais de uma entrada e saída, a extensão destes métodos a sistemas MIMO é uma necessidade a fim de acrescentar a aplicabilidade em processos reais.

No entanto, a implementação destes métodos de controle em sistemas multivariáveis não é uma tarefa trivial. Por exemplo, nos métodos iterativos, o cálculo do gradiente é uma das principais dificuldades, já que o número de experimentos requeridos para estimar este parâmetro é incrementado em relação ao número de entradas e saídas no sistema. Em (JANSSON; HJALMARSSON; HANSSON, 2002) é apresentada uma metodologia de aplicação do método IFT em sistemas multivariáveis visando a reduzir o número de iterações requeridas para a estimação do gradiente. Por outro lado, uma implementação do método CbT para sistemas MIMO foi introduzido por (MISKOVIC et al., 2005), na qual o objetivo é fazer com que os elementos da matriz diagonal do controlador garantam a resposta em malha fechada conforme a desejada, enquanto os outros elementos do controlador visam a eliminar a interação entre as malhas do sistema.

A primeira aplicação do método VRFT para sistemas multivariáveis em (NAKAMOTO, 2004) apresenta uma extensão do método monovariável, porém sua aplicabilidade tem restrições na escolha do modelo de referência $T_d(q)$. Posteriormente, em (FORMENTIN; SAVARESI, 2011) é também proposta a utilização de uma variável instrumental e filtro para lidar com sistemas corrompidos por ruído, mas a restrição na $T_d(q)$ é mantida. A fim de melhorar o método de controle VRFT em sistemas MIMO uma nova abordagem é proposta neste trabalho, na qual não existem restrições na escolha dos elementos de controle, portanto propondo um método cuja aplicabilidade em processos é maior comparado com os métodos existentes.

No próximo capítulo serão introduzidas algumas características de controle para sistemas multivariáveis, algumas especificações de desempenho que devem ser consideradas para definir o comportamento desejado e outras características representativas de forma a facilitar a apresentação do método VRFT MIMO e as melhorias propostas.

3 CONTROLE DE SISTEMAS MULTIVARIÁVEIS

3.1 Descrição de Sistemas Multivariáveis

Um sistema a ser controlado pode ser definido como qualquer elemento que transforma um sinal de entrada em um sinal de saída, e de acordo com a natureza dos sinais transformados pode ser um sistema de tempo discreto ou sistema de tempo contínuo. Os sistemas multivariáveis são processos com várias entradas e saídas, nas quais uma entrada influencia várias saídas e reciprocamente, a saída é afetada por múltiplas entradas.

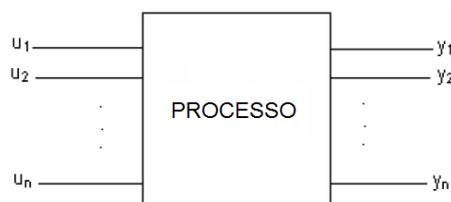


Figura 3: Processo multivariável

A descrição matemática de um processo utilizando a relação entrada-saída é conhecida como função de transferência. Considera-se um processo LTI multivariável em tempo discreto

$$y(t) = G(q)u(t) + v(t), \quad (24)$$

onde q é o operador de avanço no tempo, $G(q)$ é uma matriz $i \times j$ de funções de transferência racionais, ou seja, um sistema com j entradas u_1, u_2, \dots, u_j e i saídas y_1, y_2, \dots, y_j representados por vetores

$$y = \begin{bmatrix} \square & \square \\ \square & \square \\ \square & \square \\ \vdots & \vdots \\ \square & \square \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_i \end{bmatrix}, u = \begin{bmatrix} \square & \square \\ \square & \square \\ \vdots & \vdots \\ \square & \square \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_j \end{bmatrix}.$$

O ruído $v(t)$ é representado como $v(t) = H(q)e(t)$ onde $e(t)$ é um vetor de ruído branco com variância de σ^2 para cada elemento do vetor e $H(q)$ é uma matriz $i \times j$ de funções de transferência.

Na forma matricial esta descrição entrada-saída do processo é dada por

$$\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_i(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(q) & G_{12}(q) & \cdots & G_{1j}(q) \\ G_{21}(q) & G_{22}(q) & \cdots & G_{2j}(q) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{i1}(q) & G_{i2}(q) & \cdots & G_{ij}(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_j(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \\ \vdots \\ v_j(t) \end{bmatrix}. \quad (25)$$

Este processo é controlado por um controlador invariante no tempo de dimensão $i \times j$, o qual pertence a uma classe dada C de matrizes de funções de transferência lineares. Esta classe faz com que $C(q)G(q)$ possua um grau relativo positivo para todos os $C(q, P) \in C$. O controlador é parametrizado por um vetor de parâmetros $P \in \mathbb{R}^l$, onde l é o número de parâmetros a serem sintonizados,

$$P = [\rho_{11} \rho_{12} \dots \rho_{ij}]^T$$

a estrutura do controlador a ser projetado é dada por

$$C(q, P) = \begin{bmatrix} C_{11}(q, \rho_{11}) & C_{12}(q, \rho_{12}) & \cdots & C_{1j}(q, \rho_{1j}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{i1}(q, \rho_{i1}) & C_{i2}(q, \rho_{i2}) & \cdots & C_{ij}(q, \rho_{ij}) \end{bmatrix}$$

tal que a entrada de controle $u(t)$ pode ser escrita como

$$u(t) = C(q, P)(r(t) - y(t)), \quad (26)$$

em que $r(t)$ é o sinal de referência assumido como sendo quasi-estacionário.

O sistema (40)-(41) em malha fechada torna-se

$$y(t) = G(q)C(q, P)(r(t) - y(t)) + v(t), \quad (27)$$

e portanto,

$$(G(q)C(q, P) + I)y(t) = G(q)C(q, P)r(t) + v(t) \quad (28)$$

e então,

$$y(t) = (G(q)C(q, P) + I)^{-1}G(q)C(q, P)r(t) + (G(q)C(q, P) + I)^{-1}v(t) \quad (29)$$

$$y(t) = T(q, P)r(t) + S(q, P)v(t) \quad (30)$$

onde

$$T(q, P) = (G(q)C(q, P) + I)^{-1}G(q)C(q, P), \quad S(q, P) = (G(q)C(q, P) + I)^{-1} \quad (31)$$

assim, é mostrada a dependência dos parâmetros P do controlador em relação ao conjunto dos sinais de saída $y(t)$.

3.1.1 Variáveis de um sistema de controle

As variáveis de um sistema de controle podem ser classificadas de acordo com a função desempenhada no sistema de controle. As variáveis manipuladas (entradas do sistema) são entradas cujo valor pode ser modificado. Na indústria representam as entradas aos atuadores e os setpoints para os controladores. Estas entradas podem ser alteradas tanto de forma manual quanto automática. As variáveis controladas representam as saídas do processo, que respondem a algumas ou todas as variáveis manipuladas. Geralmente o comportamento dinâmico ou estacionário destas variáveis correspondem aos objetivos de controle do sistema. Na indústria são representadas como variáveis físicas diretamente mensuráveis tais como: pressão, nível, vazão, temperatura, ou como índices do processo (i.e qualidade, custo) inferidos a partir de outras variáveis. As variáveis não controladas representam as saídas do sistema que não são acessíveis. Um exemplo são as perturbações ou ruído no sistema, os quais não podem ser alterados ou controlados e ocorrem de forma aleatória.

Em controle de processos industriais é comum encontrar sistemas com várias entradas e saídas, porém, o caso TITO (*two-input, two-output*) é um dos mais utilizados no estudo de técnicas de controle para sistemas MIMO. A Figura 4 apresenta o diagrama de blocos para esta representação de um sistema 2×2 , onde G_{21} e G_{12} representam as interações entre as malhas do sistema.

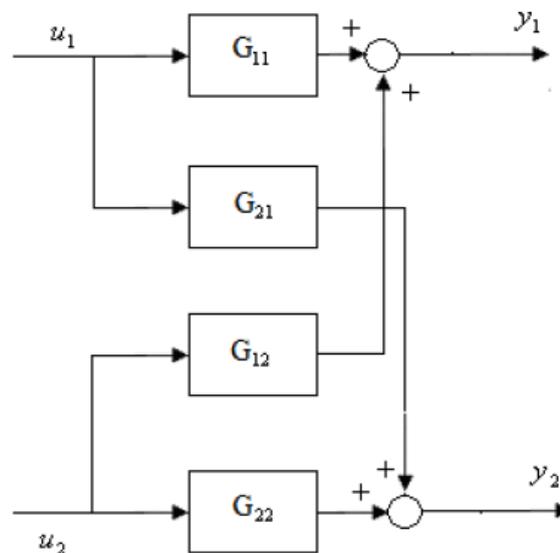


Figura 4: Representação da interação entre as malhas de um sistema 2×2

A dificuldade de controlar um processo multivariável não é dada somente pelo número de variáveis a serem controladas, mas pela interação entre as malhas do sistema. Se esta interação não estivesse presente, o controle multivariável não seria necessário. Quando o controle é feito de forma descentralizada, é importante escolher qual variável manipulada será usada para controlar cada variável controlada. Existem diferentes métricas de interação para ajudar a tomar esta decisão que serão apresentadas a seguir. Vale lembrar que estas métricas dependem do conhecimento do processo, o qual assume-se não ter neste trabalho. Nesse caso, assume-se que o pareamento adequado já é dado nos casos em que o mesmo é necessário.

3.1.2 Métricas utilizadas para pareamento entrada-saída

3.1.2.1 Matriz de Ganhos Relativos (RGA)

A matriz de ganhos relativos apresentada por (BRISTOL, 1966) é uma das mais utilizadas na quantificação das interações entre as malhas de um sistema multivariável. A RGA de uma matriz não singular G é dada por outra matriz definida como

$$RGA(G) = G \times (G^{-1})^T \quad (32)$$

onde \times faz referência ao produto elemento a elemento. Na literatura foram estabelecidas conexões entre a RGA e a estabilidade de sistemas TITO a partir de funções de transferência (SKOGESTAD; HAVRE, 1996). Os elementos da matriz de ganhos relativos são definidos como a razão entre o ganho de malha aberta e malha fechada. Sendo o cálculo da RGA dependente dos ganhos do sistema em estado estacionário. A primeira informação que fornece esta matriz é a medida de interação entre os processos, na qual valores grandes nos elementos da RGA nas frequências importantes para o controle, indicam que a planta possui uma forte interação entre suas malhas. A segunda informação dada pela matriz é a recomendação sobre o melhor emparelhamento das variáveis controladas e manipuladas (CAO; BISS, 1996) (ZHU, 1996).

3.1.2.2 Decomposição em valores singulares (SVD)

Por definição, a SVD é uma técnica de fatoração de matrizes. A decomposição em valores singulares de uma matriz G ($m \times n$) consiste na representação como produto de três matrizes da seguinte forma

$$G = U \Sigma V^T$$

onde $U_{m \times m}$ e $V_{n \times n}^T$ são matrizes ortogonais, ou seja, $U U^T = I_m$ e $V V^T = I_n$. E $\Sigma_{n \times n}$ é uma matriz diagonal que contém os valores singulares (σ_j) em ordem decrescente (DESHPANDE, 1989). Estes valores correspondem aos autovalores da matriz GG^T , onde G^T é a matriz transposta conjugada de G .

A SVD apresenta informações sobre direcionalidade e ganhos na planta em uma frequência dada. Por exemplo um vetor de entrada na direção v_i e saída na direção u_i possui um ganho na planta nessa direção igual a σ_i .

Em sistemas SISO (single-input single-output) o ganho do processo em uma frequência determinada é independente da entrada. No entanto, em sistemas MIMO o ganho depende além da frequência, da direção do vetor de entrada, o que faz com que o cálculo deste ganho não seja tão simples. O maior ganho em qualquer direção de entrada corresponde ao máximo valor singular ($\bar{\sigma}$) e o menor ganho é o mínimo valor singular ($\underline{\sigma}$). A SVD da matriz de um processo em uma frequência determinada, fornece informações sobre as interações da planta nessa frequência. Na ausência de interação, cada vetor de saída deve visar uma única variável controlada, e cada vetor de entrada deve visar uma única variável manipulada.

3.1.2.3 Número de Condicionamento

O número de condicionamento é uma medida indicando se o problema tem "boas condições" para ser tratado numericamente. O número de condição de uma matriz G é definido como a razão entre os valores singulares máximos e mínimos.

$$\gamma(G) = \frac{\bar{\sigma}(G)}{\underline{\sigma}(G)}$$

Se um sistema possui um número de condicionamento elevado, muitas vezes é dito que a planta está mal condicionada, indicando que poderia haver grande sensibilidade à incerteza. Por outro lado, se o número de condicionamento é pequeno, é possível afirmar que os efeitos das incertezas não serão muito sérios.

Os métodos de medição da interação entre as malhas de um sistema acima apresentados são de grande utilidade no momento de selecionar o tipo de controle que deve ser utilizado em um sistema multivariável. Interação fraca entre os laços indica a possibilidade de um controle descentralizado. No entanto, se a interação é mais forte, diferentes métodos devem ser abordados para controlar o sistema os quais serão detalhados mais adiante. Na seguinte seção são apresentadas as especificações de desempenho que devem ser consideradas no momento de definir a resposta desejada em um sistema multivariável.

3.2 Requisitos de Desempenho em Sistemas de Controle

3.2.1 Sistemas Monovariáveis

Em diversos casos práticos, as características de desempenho desejadas dos sistemas de controle, tanto em tempo contínuo quanto discreto, são especificadas em termos de quantidades no domínio do tempo. Frequentemente, as características de desempenho de um sistema de controle são especificadas em termos da resposta transitória para uma entrada degrau unitário.

A resposta transitória de um sistema para uma entrada degrau unitário depende das condições iniciais do sistema. Costuma-se considerar que o sistema está inicialmente em repouso, isto é, com a saída e todas as suas variáveis em zero. Algumas características da resposta transitória são apresentadas na Figura 5.

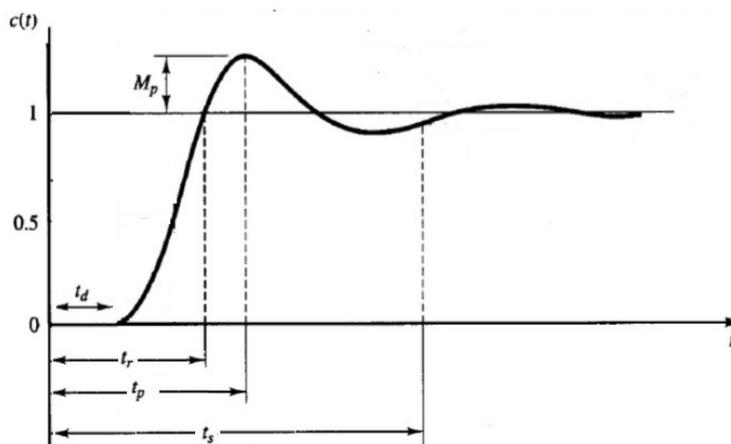


Figura 5: Características da resposta transitória

- *Tempo de atraso (t_d):* é o tempo decorrente para que uma variação no sinal de referência ou de controle seja efetivamente "sentida" na variável de processo. Assim, se aplicarmos por exemplo uma entrada do tipo salto em um processo com atraso de transporte, a saída do processo permanecerá "fixa" durante um intervalo de tempo T . Este tempo T é o atraso de transporte. Em geral quanto maior o atraso de transporte, mais difícil é o controle do processo (BAZANELLA; GOMES DA SILVA, 1999).

- *Tempo de subida (t_r):* Equivale ao tempo requerido para que a resposta passe de 0% a 90%, de 5% a 95% ou de 0% a 100% seu valor final. Para sistemas de segunda ordem geralmente se utiliza o tempo de subida de 0% a 100%.
- *Tempo de pico (t_p):* É o tempo requerido para que a resposta alcance o primeiro pico do sobre-sinal.
- *Sobre-sinal Máximo (M_p):* é o valor máximo de pico da curva medido a partir da unidade. No caso que o valor final em regime seja diferente da unidade, então se usa o máximo sobre-sinal percentual, definido a seguir

$$\frac{c(t_p) - c(\infty)}{c(\infty)} \times 100$$

onde $c(t_p)$ representa o máximo pico da curva, e $c(\infty)$ é o valor em regime da resposta. Se a saída não ultrapassa o valor da entrada o sobrepasso máximo é, por definição igual a zero.

- *Tempo de acomodação (t_s):* É o tempo necessário para a curva alcançar e permanecer dentro de uma faixa em torno de 2% do seu valor final.

Para uma função de segunda ordem as especificações como tempo de subida (t_s) e sobre-sinal máximo (M_p) permitem estabelecer os valores de frequência natural e fator de amortecimento que definem a função genérica de comportamento desejado num sistema.

$$M_p(\%) = 100e^{-\frac{\zeta \pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}, T_s = \frac{4}{\xi \omega_n}$$

onde ξ é o fator de amortecimento e ω_n é a frequência natural do sistema. O fator de amortecimento define a forma da resposta transitória, portanto para uma desejada resposta, este fator deve estar entre 0.4 e 0.8. Valores pequenos de ξ ($\xi < 0.4$) resultam em sobre-sinal excessivo na resposta transitória, e um sistema com valor grande de ξ ($\xi > 0.8$) responderá de forma lenta.

3.2.1.1 Tradução de requisitos em Modelo de Referência

As condições de desempenho desejadas podem estar implicitamente especificadas através de uma função de transferência em malha fechada, que é conhecida em Projeto de controle por Modelo de Referência ($T_d(q)$). A relação entre a resposta desejada e o modelo de referência é dada por

$$y_d(t) = T_d(q)r(t), \quad (33)$$

onde $y_d(t)$ representa a resposta do sistema em malha fechada, T_d é o modelo de referência e $r(t)$ corresponde ao sinal de referência ou entrada do sistema.

De maneira geral, a escolha dos parâmetros que compõem o modelo de referência deve ser feita considerando as restrições do processo, limitações por ruído, restrições nas entradas, etc. Além disso, as limitações inerentes ao processo como interação entre as malhas e elementos de fase não mínima devem ser considerados para estabelecer o desempenho desejável no sistema. Controladores muito rápidos em um sistema podem saturar facilmente, enquanto controladores muito lentos podem demorar na supressão aos distúrbios. A fim de especificar estes requisitos em forma de um Modelo de Referência,

foi introduzido um método em (RODRIGUES; CAMPESTRINI; BAZANELLA, 2014), no qual as principais especificações desejadas em um sistema são definidas através de uma função de transferência de estrutura a ser determinada dependendo das características do processo. Esta implementação foi proposta para projetos de controle baseados em dados, no qual o modelo da planta é desconhecido, e o algoritmo é desenvolvido apenas com os dados obtidos experimentalmente na planta. Os critérios de desempenho empregados para definir o modelo de referência são: o erro em regime permanente, o tempo de acomodação (t_s) e o sobre-sinal máximo (M_p).

Através dos parâmetros de desempenho desejados o método consegue escolher automaticamente o modelo adequado baseado nas características do sistema e requisitos de desempenho, a seguir são apresentados dois diferentes Modelos de Referência.

Modelo 1

$$T_{d1}(q) = \frac{1-a}{1-aq^{-1}} q^{-nk} \quad (34)$$

onde a representa o polo dominante do modelo, obtido através do tempo de acomodação t_s . O cálculo do polo dominante é dado pela seguinte relação

$$a = e^{-\frac{4}{t_s} T_s} \quad (35)$$

onde T_s é o período de amostragem. A resposta desejada não apresenta sobre-sinal e pode ter um atraso de transporte representado por q^{-nk} .

Modelo 2

$$T_{d1}(q) = \frac{(1-a)(1-b)}{(1-aq^{-1})(1-bq^{-1})} q^{-nk} \quad (36)$$

onde a e b representam os polos do sistema, os quais podem ser complexos ou reais, calculados a partir do tempo de acomodação e sobre-sinal máximo desejados assim

$$a, b = e^{-\xi \omega_n T_s} [\cos(\omega_n T_s \sqrt{1-\xi^2}) \pm j \sin(\omega_n T_s \sqrt{1-\xi^2})] \quad (37)$$

Esta abordagem consegue descrever os requisitos de um sistema de forma automática através de um modelo de referência. Apesar de ser desenvolvido para sistemas monovariáveis, sua aplicabilidade pode ser estendida para sistemas multivariáveis. Primeiramente, no caso MIMO, os requisitos de desempenho desejados não são representados por uma função de transferência, mas por uma matriz de funções de transferência. Por exemplo, para um processo TITO o modelo de referência é dado por

$$T_d(q) = \begin{bmatrix} T_{d11}(q) & T_{d12}(q) \\ T_{d21}(q) & T_{d22}(q) \end{bmatrix} \quad (38)$$

Observa-se que os elementos $T_{d12}(q)$ e $T_{d21}(q)$ representam a interação que existe entre as malhas do sistema, ou seja, a influência que tem a entrada $u_1(t)$ na saída $y_2(t)$ e da entrada $u_2(t)$ na saída $y_1(t)$. Quando o objetivo do controle é eliminar o acoplamento entre as malhas, um modelo de referência diagonal é escolhido, dado por

$$T_d(q) = \begin{bmatrix} T_{d11}(q) & 0 \\ 0 & T_{d22}(q) \end{bmatrix} \quad (39)$$

Neste caso, o desempenho de cada saída do sistema é escolhido de forma individual. Portanto, o desempenho do sistema MIMO pode ser tratado como dois sistemas SISO, o que faz com que o método apresentado acima seja aplicável a fim de traduzir o comportamento desejado em forma de Modelo de referência para cada saída.

3.2.2 Estruturas MIMO de controle empregadas na literatura

Na literatura os problemas de controle multivariável são estudados através de três abordagens distintas: O controle descentralizado, o controle com blocos acopladores e o controle centralizado.

3.2.2.1 Controle Descentralizado

Os sistemas industriais de controle envolvem, em sua maioria o controle de múltiplas variáveis de entrada e saída de processos. O uso de múltiplos controladores, um para cada variável a ser controlada numa estrutura descentralizada, é uma das estratégias utilizadas neste tipo de plantas, em substituição à utilização de um único controlador multivariável. Isto porque a implementação e supervisão de várias malhas de controladores independentes são tarefas mais fáceis de realizar na prática. Para fins de ilustração considera-se o processo multivariável composto por 2 saídas que, por sua vez, podem ser controladas por 2 controladores monovariáveis como é apresentado na Figura 6.

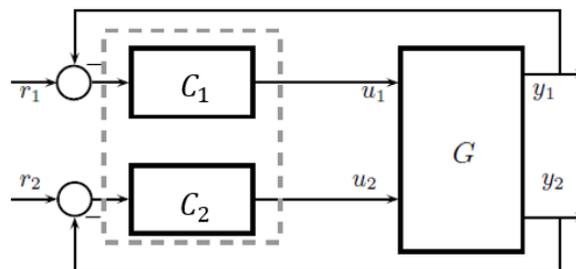


Figura 6: Estrutura do Controle descentralizado para um sistema TITO

Um dos métodos de controle descentralizado é chamado BLT (*Biggest Locus Modulus*), desenvolvido por (LUYBEN, 1986) para realizar sintonia de controle PI em sistemas MIMO. Consiste em sintonizar as malhas individualmente sem levar em conta a interação entre elas. É um método simples de implementar e serve como ponto de partida no controle descentralizado.

Outra técnica de controle descentralizado é o controle sequencial que consiste em fechar as malhas uma após a outra, geralmente começando com a malha caracterizada pela dinâmica mais rápida, com o objetivo de uma convergência mais rápida dos parâmetros. Esta metodologia apresenta resultados melhores que o controle BLT, porém, seu desempenho depende da correta ordem de fechamento das malhas. Estudos sobre esse método foram desenvolvidos por (MAYNE, 1973) (HOVD; SKOGESTAD, 1994). Por outro lado, em (CAMPESTRINI, 2006) é apresentado um método de ajuste multivariável para controladores PID descentralizados, através do método do relé.

Na prática, a maior parte dos processos reais apresenta acoplamento entre suas variáveis, o que significa que uma variável controlada (saída do processo) sofre influência de várias variáveis manipuladas (entradas do processo). Neste caso, a sintonia dos controladores, como mostrado anteriormente, não é uma tarefa trivial. Existe a dificuldade de

mensurar a contribuição de cada variável manipulada em cada uma das variáveis de saída. Portanto nos casos em que a interação entre as malhas de controle é elevada, outros métodos de maior complexidade devem ser considerados a fim de melhorar o desempenho do controle.

3.2.2.2 Controle por blocos desacopladores

O controle por blocos desacopladores é baseado na inclusão de um compensador $W(q)$, antes da planta a fim de neutralizar ou minimizar a interação entre as malhas do sistema. O objetivo é fazer com que o produto $W(q)G(q)$ seja aproximado a uma matriz diagonal, portanto mais fácil de controlar. Na Figura 7 é apresentada a estrutura de controle para um sistema 2×2 .

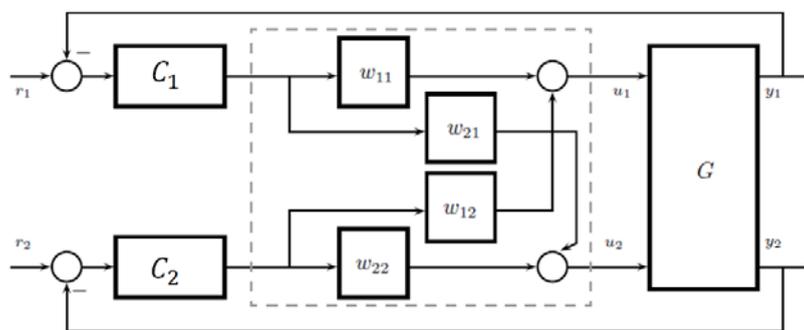


Figura 7: Estrutura do Controle por blocos desacopladores para um sistema TITO

Estes métodos foram estudados por (OGUNNAIKE; RAY, 1994) (SHINSKEY, 1967) (GOODWIN; GRAEBE; SALGADO, 2001) (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2007). Os desacopladores podem ser estáticos, os quais reduzem o acoplamento entre as malhas somente em estado estacionário e consistem em matrizes de ganho implementadas na saída do controlador tornando-os simples de implementar, porém somente garante a eliminação da interação entre as malhas em baixa frequência, o que pode não ser suficiente. (ÅSTRÖM; JOHANSSON; WANG, 2002) (LEE; HYUN KIM; EDGAR, 2005) (HO; XU, 1998) (GONZÁLEZ et al., 2011).

Por outro lado também são utilizados os desacopladores dinâmicos, os quais levam em consideração a dinâmica do processo, em muitos casos apresentam problemas de realização e dificuldade na implementação (WANG; HUANG; GUO, 2000) (VÁZQUEZ; MORILLA, 2002) (NORDFELDT; HÄGGLUND, 2006) (TAVAKOLI; GRIFFIN; FLEMING, 2006). Dado que uma perfeita compensação unicamente é possível tendo total conhecimento do modelo da planta, o que em casos reais não é possível de realizar, esta técnica não é muito utilizada industrialmente, pois requer um esforço significativo de modelagem, ajuste e manutenção.

3.2.2.3 Controle Centralizado

Uma alternativa para controle de processos com elevada interação entre as malhas de controle é o uso de estruturas centralizadas de controle. Na Figura 8 é apresentado um sistema de controle centralizado onde C é um controlador ($n \times n$) que trabalha como único bloco para controlar os diferentes sinais e minimizar as interações nas malhas do sistema.

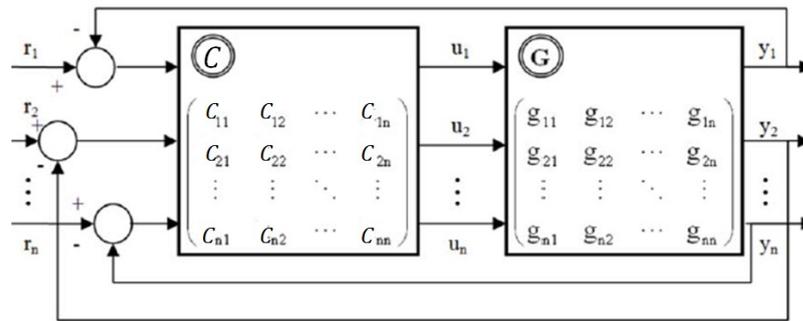


Figura 8: Estrutura do Controle centralizada

Nos mais recentes estudos em (MORILLA; VÁZQUEZ; GARRIDO, 2008), o controlador é projetado a fim de que a matriz de funções de transferência em malha fechada $T(q) = G(q)C(q)[I + G(q)C(q)]^{-1}$ seja uma matriz diagonal com a largura de banda desejada. Dado que este objetivo é assegurado se a matriz das funções de transferência em malha aberta $L(q) = G(q)C(q)$ é diagonal, as técnicas utilizadas para calcular $C(s)$ são muito semelhantes as empregadas para calcular a matriz desacopladora $W(q)$. Portanto, uma maneira de obter o controlador multivariável $C(q)$ é mediante o produto da matriz desacopladora e o controle descentralizado, tornando-se em controle por desacoplamento implícito.

Por outro lado, também foram introduzidos alguns métodos de controle centralizado que originam elementos de ordem e complexidade elevada (LIU; ZHANG; GAO, 2007), que muitas vezes são evitados devido à complexidade e dificuldades envolvidas na implementação. No entanto, a sintonia e projeto de controladores PID são os mais utilizados no setor industrial, mesmo sobre métodos de controle avançado. Por isso, existem técnicas que consistem em projetar um controlador de uma estrutura arbitrária e então reduzir a ordem do controlador obtido, ou aproximar este controlador por um controlador PID (TAN; LIU; TAM, 1998).

Embora o controle centralizado apresente um grau maior de dificuldade no momento do projeto, quando é implementado de maneira adequada, representa o controle com melhor desempenho comparado com as duas estruturas apresentadas anteriormente. Este tipo de controle será o mais utilizado no desenvolvimento deste trabalho nos seguintes capítulos.

3.3 Controle PID

O ajuste de controladores PID tem sido tratado por muitos pesquisadores em artigos publicados nos últimos anos. Uma representação do controlador PID em tempo discreto é dada por

$$C_{ij}(q, \rho) = [k_p \ k_i \ k_d] \begin{matrix} r \\ 1 \\ \frac{1-q}{q} \end{matrix} \frac{1}{q} \mathbf{I}_T$$

Sendo assim, tem-se três parâmetros de sintonia no controlador: o ganho proporcional k_p (ação proporcional), o ganho integral k_i e o ganho derivativo k_d .

Referente à ação proporcional, quanto maior o ganho k_p menor o erro em regime permanente, isto é, melhor a precisão do sistema em malha fechada. Este erro pode ser diminuído com o aumento do ganho, entretanto nunca conseguiremos anular completamente

o erro. Por outro lado, quanto maior o ganho, mais oscilatório tende a ficar o comportamento transitório do sistema em malha fechada. Na maioria dos processos físicos, o aumento excessivo do ganho proporcional pode levar o sistema a instabilidade

A principal função da ação integral é garantir que a saída do processo corresponda com a referência em estado estacionário, removendo o erro de estado estacionário causado pelo ganho proporcional. Além disso, a ação derivativa é dita antecipatória ou preditiva e tende a fazer com que o sistema reaja mais rapidamente. Este fato faz com que a ação derivativa seja utilizada para a obtenção de respostas transitórias mais rápidas, ou seja, para a melhora do comportamento dinâmico do sistema em malha fechada. Observe que no caso em que, em regime permanente, o sinal de erro é constante a ação derivativa será igual a zero, ou seja, esta ação atua apenas durante a resposta transitória.

Desde 1942 com a publicação das regras de ajuste de (ZIEGLER; NICHOLS, 1942), uma grande quantidade de pesquisadores tem investido no desenvolvimento de metodologias de ajuste deste tipo de controladores. Cada um destes métodos requer algum tipo de informação sobre a dinâmica do processo a ser controlado, a natureza desta informação caracteriza cada um destes métodos. A fim de obter um método prático de ajuste, deve ser possível obter estas informações a partir de ensaios simples sobre o processo, ao mesmo tempo em que estas informações devem ser suficientes para possibilitar um ajuste adequado do controlador.

3.4 Considerações Finais

Com conhecimento das principais características dos sistemas multivariáveis, é possível fazer a definição das variáveis a serem controladas e o melhor emparelhamento das variáveis controladas e manipuladas. Adicionalmente, baseados na dinâmica do sistema é possível definir os objetivos de desempenho desejados, de forma que sejam aplicáveis no projeto de controle. Para finalmente, escolher e implementar o tipo de controle que irá fornecer os meios mais adequados para que o processo atinja seus objetivos.

No capítulo 2 foram definidos os métodos de controle baseado em dados, enquanto que no presente capítulo foram mostradas as principais características dos sistemas MIMO a fim de estabelecer uma base teórica que antecede o desenvolvimento de um método de controle baseado em dados aplicado em Sistemas multivariáveis, que será apresentado no seguinte capítulo.

4 APLICAÇÃO DO MÉTODO VRFT EM SISTEMAS MULTIVARIÁVEIS

4.1 Considerações Gerais de Sistemas MIMO

Seja um processo LTI multivariável em tempo discreto

$$y(t) = G(q)u(t) + v(t), \quad (40)$$

onde q é o operador de avanço no tempo, $G(q)$ é uma matriz quadrada $n \times n$ de funções de transferência racionais, os sinais $u(t)$ e $y(t)$ são vetores coluna de dimensão n , os quais representam entrada e saída da planta respectivamente. O ruído $v(t)$ é representado como $v(t) = H(q)e(t)$ onde $e(t)$ é um vetor de ruído branco com variância de σ_e^2 para cada elemento do vetor e $H(q)$ é uma matriz $n \times n$ de funções de transferência.

Este processo é controlado por um controlador invariante no tempo de dimensão $n \times n$, o qual pertence a uma classe dada -especificada pelo projetista- C de matrizes de funções de transferência lineares. Esta classe faz com que $C(q)G(q)$ possua um grau relativo positivo para todos os $C(q) \in C$. O controlador é parametrizado por um vetor de parâmetros $P \in \mathbb{R}^I$, onde I é o número de parâmetros a serem sintonizados, tal que a entrada de controle $u(t)$ pode ser escrita como

$$u(t) = C(q, P)(r(t) - y(t)), \quad (41)$$

em que $r(t)$ é o sinal de referência assumido como sendo quasi-estacionário.

O sistema (40)-(41) em malha fechada torna-se

$$y(t) = G(q)C(q, P)(r(t) - y(t)) + v(t), \quad (42)$$

e portanto,

$$(G(q)C(q, P) + I)y(t) = G(q)C(q, P)r(t) + v(t) \quad (43)$$

e então,

$$y(t) = (G(q)C(q, P) + I)^{-1}G(q)C(q, P)r(t) + (G(q)C(q, P) + I)^{-1}v(t) \quad (44)$$

$$y(t) = T(q, P)r(t) + S(q, P)v(t) \quad (45)$$

onde

$$T(q, P) = (G(q)C(q, P) + I)^{-1}G(q)C(q, P), \quad S(q, P) = (G(q)C(q, P) + I)^{-1} \quad (46)$$

Além disso, a estrutura do controlador a ser projetado é dada por

$$C(q, P) = \begin{bmatrix} C_{11}(q, \rho_{11}) & C_{12}(q, \rho_{12}) & \cdots & C_{1n}(q, \rho_{1n}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1}(q, \rho_{n1}) & C_{n2}(q, \rho_{n2}) & \cdots & C_{nn}(q, \rho_{nn}) \end{bmatrix}$$

Supõe-se também que cada controlador da forma $C_{ij}(q, \rho_{ij})$ é linearmente parametrizado, i.e, que pode ser escrito na forma

$$C_{ij}(q, \rho_{ij}) = \rho_{ij}^T \bar{C}_{ij}(q), \quad \rho_{ij} \in \mathbf{I}^m, \quad (47)$$

onde $\bar{C}_{ij}(q)$ é um vetor de funções racionais causais e ρ_{ij} são os vetores de parâmetros do controlador a serem calculados.

Algumas das estruturas de controle mais comuns são de fato linearmente parametrizadas (CAMPESTRINI, 2010). Um exemplo é o controlador PID (Proporcional-Integral-Derivativo) com denominador fixo, o qual será largamente utilizado neste trabalho

$$C_{ij}(q, \rho) = \begin{bmatrix} k_{p_{ij}} & k_{i_{ij}} & k_{d_{ij}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & q \\ 1 & q^{-1} & \frac{q-1}{q} \end{bmatrix} \mathbf{I}_T.$$

Um bom sistema de controle é aquele que leva a variável controlada ao seu valor desejado tão rápido quanto possível, com uma potência de entrada tão baixa quanto possível. Para atingir este objetivo, pode ser projetado um controlador que gere a resposta do sistema em malha fechada o mais próxima de uma resposta "desejada". No caso multi-variável, esta última é dada por uma matriz de funções de transferência, e é chamada de Modelo de Referência (T_d) do processo

$$\begin{bmatrix} y_{d1}(t) \\ y_{d2}(t) \\ \vdots \\ y_{dn}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{d11}(q) & T_{d12}(q) & \cdots & T_{d1n}(q) \\ T_{d21}(q) & T_{d22}(q) & \cdots & T_{d2n}(q) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ T_{dn1}(q) & T_{dn2}(q) & \cdots & T_{dnn}(q) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} r_1(t) \\ r_2(t) \\ \vdots \\ r_n(t) \end{bmatrix} \quad (48)$$

Uma maneira de encontrar este controlador é através da solução de um problema de otimização

$$\min_P J^{MR}(P) \quad (49)$$

$$J^{MR}(P) = \sum_{t=1}^{\infty} \| (T(q, P) - T_d(q)) r(t) \|_2^2, \quad (50)$$

no qual o custo $J^{MR}(P)$ a ser minimizado é dado pela diferença entre a resposta obtida com o controlador $T(q, P)$ e a resposta desejada dada pelo modelo de referência $T_d(q)$. Note que quando $T(q, P) = T_d(q)$ o custo $J^{MR}(P)$ é zero. Neste caso o controlador que gera uma resposta em malha fechada igual à resposta dada pelo modelo de referência

é chamado de controlador ideal $C_d^{MR}(q)$. Substituindo $T(q, P)$ por $T_d(q)$ e $C(q, P)$ por $C_d(q)$ temos

$$T_d(q) = (G(q)C_d(q) + I)^{-1}G(q)C_d(q)$$

e portanto,

$$G(q)C_d(q)T_d(q) + T_d(q) = G(q)C_d(q)$$

o que resulta em

$$G(q)C_d(q)T_d(q) - G(q)C_d(q) = -T_d(q)$$

Portanto o controlador ideal é

$$C_d^{MR}(q) = G(q)^{-1}T_d(q)(I - T_d(q))^{-1}. \quad (51)$$

A formulação mostrada acima para a obtenção do controlador depende diretamente do modelo dinâmico do sistema, o qual, na maioria de aplicações práticas de controle é desconhecido. Por outro lado o método VRFT é uma alternativa que requer somente informações coletadas na planta de maneira experimental, a fim de projetar um controlador que consiga atender as exigências do projeto.

É importante destacar que tanto a estrutura do controlador quanto do modelo de referência podem ser dadas por matrizes cheias ou diagonais. A seguir serão descritos os tipos de estruturas, sua funcionalidade, além de mostrar como a escolha adequada destes parâmetros tem influência no resultado do método de controle.

4.1.1 Estrutura do Controlador

4.1.1.1 Matriz Descentralizada (Diagonal)

Um controlador linear $C(q)$ é dito completamente descentralizado se existe uma combinação de linhas e colunas de funções de transferência o qual pode ser expresso como

$$C(q) = \text{diag}\{C_{i,i}(q)\}_{i=1,\dots,n}$$

e conseqüentemente a forma matricial de sua estrutura é dada como

$$C(q) = \begin{bmatrix} \square & & & & \square \\ & C_{11}(q) & 0 & \cdots & 0 & \\ \square & 0 & C_{22}(q) & \cdots & 0 & \square \\ \square & & & & & \square \\ & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \\ 0 & 0 & \cdots & C_{nn}(q) & & \end{bmatrix}. \quad (52)$$

É interessante notar que se a planta $G(q)$ é dada por uma matriz de funções de transferência com estrutura diagonal, não existe perda de controlabilidade se o controlador escolhido é descentralizado. Por outro lado, se a matriz de transferência da planta é não diagonal mas possui baixa influência entre os laços de controle, i.e a interação das malhas do sistema é baixa ou desprezível, é possível assumir que um controlador diagonal terá um desempenho satisfatório. A Figura 9 apresenta o diagrama de um controlador descentralizado em um sistema TITO.

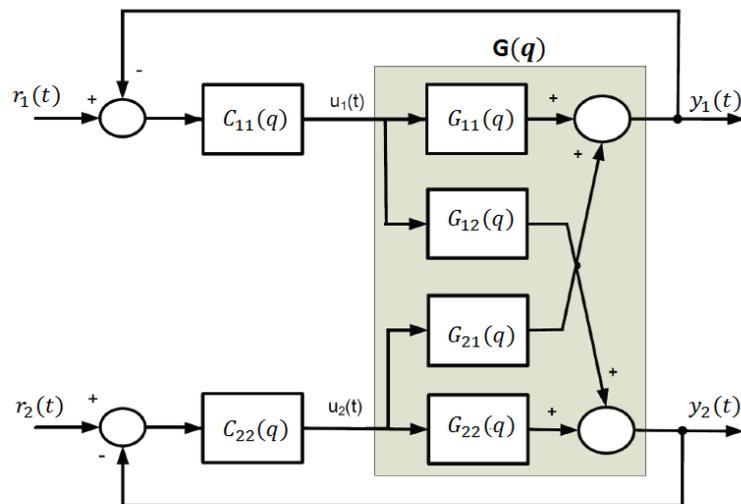


Figura 9: Sistema TITO com controlador descentralizado.

De maneira similar à mostrada anteriormente e a fim de simplificar o projeto de controle, assume-se que todos os controladores da forma $C_{ij}(q)$ têm a mesma estrutura. Por exemplo todos os controladores são do tipo PI

$$C(q, P) = \begin{bmatrix} \square & & & & \square \\ \square & k_{p11} + \frac{k_{i11}}{1-q^{-1}} & 0 & \cdots & 0 \\ \square & 0 & k_{p22} + \frac{k_{i22}}{1-q^{-1}} & \cdots & 0 \\ \square & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \square & 0 & 0 & k_{pnn} + \frac{k_{inn}}{1-q^{-1}} & \square \end{bmatrix}. \quad (53)$$

Métodos de controle baseado em dados apresentam um grande interesse na aplicação ao controle de processos que, muitas vezes, devem ser tratados como multivariáveis devido ao acoplamento entre algumas variáveis envolvidas nos processos. Se além disso, resultados satisfatórios são obtido com uma estrutura de controle descentralizada, a qual apresenta um menor custo de implementação que estruturas com maior numero de controladores, faz com que a metodologia seja eficiente, aplicável e de grande utilidade nas aplicações de controle industrial.

4.1.1.2 Matriz Completa

Em alguns casos, o projeto de controle deve ser implementado em processos de alta complexidade onde a interação entre as malhas do sistema é muito grande e um controlador descentralizado nem sempre é suficiente para garantir o melhor desempenho do processo. Portanto, é necessária a inclusão de um controlador de matriz completa que cumpra com os requisitos desejados no problema. A estrutura deste tipo de controlador é dada a seguir

$$C(q) = \begin{bmatrix} \square & & & & \square \\ \square & C_{11}(q) & C_{12}(q) & \cdots & C_{1n}(q) \\ \square & C_{21}(q) & C_{22}(q) & \cdots & C_{2n}(q) \\ \square & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \square & C_{n1}(q) & C_{n2}(q) & \cdots & C_{nn}(q) \end{bmatrix}. \quad (54)$$

Os elementos diagonais do controlador são projetados para fazer que o sistema gere a resposta desejada dada pelo modelo de referência, enquanto que os elementos não diagonais devem lidar com o acoplamento entre as malhas do processo. Na Figura 10 é mostrado o diagrama que descreve as conexões do controlador com a planta. Observe que este controle tem maior influência em cada uma das malhas do processo, assim, resultando em um controle mais eficiente mesmo em sistemas com forte acoplamento.

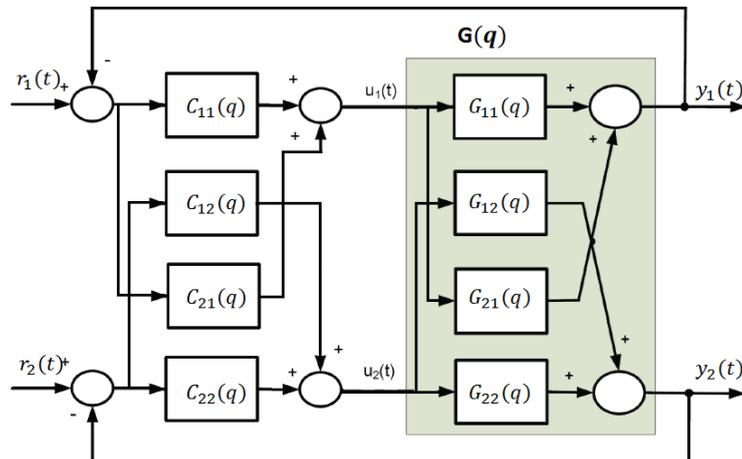


Figura 10: Sistema TITO com controlador cheio.

De uma maneira similar a mostrada anteriormente, é apresentado o equacionamento do controlador completo quando todos os controladores da forma $C_{ij}(q)$ têm a mesma estrutura, sendo este um caso muito comum em projeto e análise de controle. Um exemplo muito utilizado é quando todos os subcontroladores são linearmente parametrizados e possuem mesma estrutura: $C_{11}(q) = C_{12}(q) = C_{21}(q) = C_{22}(q) = C(q)$.

$$C(q, P) = \begin{bmatrix} \rho_{11}^T \bar{C}(q) & \rho_{12}^T \bar{C}(q) & \cdots & \rho_{1n}^T \bar{C}(q) \\ \rho_{21}^T \bar{C}(q) & \rho_{22}^T \bar{C}(q) & \cdots & \rho_{2n}^T \bar{C}(q) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{m1}^T \bar{C}(q) & \rho_{m2}^T \bar{C}(q) & \cdots & \rho_{mn}^T \bar{C}(q) \end{bmatrix} \quad (55)$$

4.1.2 Estrutura do Modelo de Referência

A ideia de escolher um modelo de referência para o projeto de controladores tem sido muito utilizada na literatura de controle linear. Este representa o comportamento desejado do sistema a ser controlado. As estruturas de modelos de referência mais utilizadas são apresentadas a seguir.

4.1.2.1 Matriz Completa

A estrutura de matriz completa em modelos de referência leva em consideração o acoplamento entre os sistemas e é a estrutura mais conveniente para projetar controle descentralizado. O projeto desta estrutura de referência é mais complexo, e em muitos casos os parâmetros do controlador obtidos levam o sistema à zona de instabilidade. Isto faz com que seja pouco implementada na prática, pois não existe um método consolidado

para a correta escolha desta estrutura. A equação (56) apresenta o modelo de referência de matriz completa em um sistema MIMO.

$$T_d(q) = \begin{bmatrix} T_{d_{11}}(q) & T_{d_{12}}(q) & \cdots & T_{d_{1n}}(q) \\ T_{d_{21}}(q) & T_{d_{22}}(q) & \cdots & T_{d_{2n}}(q) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ T_{d_{n1}}(q) & T_{d_{n2}}(q) & \cdots & T_{d_{nn}}(q) \end{bmatrix} \quad (56)$$

4.1.2.2 Matriz Descentralizada (Diagonal)

Um modelo de referência descentralizado é descrito como uma matriz diagonal de funções de transferência. É o tipo de estrutura mais conveniente para projetar controle descentralizado, pois visa ao desacoplamento total entre as malhas do sistema. A definição dos elementos do modelo de referência é feita como no caso SISO. A equação (57) apresenta o modelo de referência descentralizado em um sistema MIMO.

$$T_d(q) = \begin{bmatrix} T_{d_{11}}(q) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & T_{d_{22}}(q) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & T_{d_{nn}}(q) \end{bmatrix} \quad (57)$$

De uma maneira similar a mostrada anteriormente, é apresentado o equacionamento de modelo de referência descentralizado quando todas as funções de transferência da forma $T_{i,j}(q)$ são iguais, sendo este um caso muito comum em projeto e análise de controle. Porém, este tipo de estrutura não é a mais adequada em casos em que os subsistemas da planta possuem respostas muito diferentes. Essa estrutura é dada por

$$T_d(q) = \begin{bmatrix} T_d(q) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & T_d(q) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & T_d(q) \end{bmatrix} \quad (58)$$

Desta maneira acaba a parte de estruturas de controle, onde até o momento foram mostradas as generalidades e principais elementos presentes em um problema MIMO a fim de projetar um algoritmo de controle VRFT neste sistema.

4.2 VRFT em Sistemas Multivariáveis

Assim como foi apresentado primeiramente no caso monovariável no Capítulo 2, uma formulação similar pode ser implementada em sistemas multivariáveis. Considerando o caso sem ruído, ou seja, $e(t) = 0$ em (40), através de um experimento em malha aberta ou fechada são coletados dados de entrada $u(t)$ e saída $y(t)$ do sistema. Com os dados de saída é calculada a referência virtual

$$\begin{bmatrix} \bar{r}_1(t) \\ \bar{r}_2(t) \\ \vdots \\ \bar{r}_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{d_{11}}(q) & T_{d_{12}}(q) & \cdots & T_{d_{1n}}(q) \\ T_{d_{21}}(q) & T_{d_{22}}(q) & \cdots & T_{d_{2n}}(q) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ T_{d_{n1}}(q) & T_{d_{n2}}(q) & \cdots & T_{d_{nn}}(q) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_n(t) \end{bmatrix} \quad (59)$$

Este sinal é chamado de *referência virtual* pois não é utilizado para gerar $y(t)$.

Se aplicássemos $\bar{r}(t)$ ao sistema em malha fechada com o controlador $C(q, P)$, gostaríamos que $y(t)$ fosse medido como saída do processo. Neste caso, o erro de seguimento de referência é dado por

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_1(t) \\ \bar{e}_2(t) \\ \vdots \\ \bar{e}_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{r}_1(t) \\ \bar{r}_2(t) \\ \vdots \\ \bar{r}_n(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_n(t) \end{bmatrix} \quad (60)$$

e é conhecido como erro virtual.

Apesar de o modelo da planta $G(q)$ ser desconhecido, quando a planta é excitada pelo sinal de entrada $u(t)$, gera $y(t)$ como sua saída. Portanto, um bom controlador seria aquele que consegue gerar $u(t)$ quando excitado pelo sinal $\bar{e}(t)$. Dado que os dois sinais $u(t)$ e $\bar{e}(t)$ são conhecidos, o projeto do controlador é apresentado como uma identificação da relação dinâmica entre estes dois sinais. Assim sendo, o método VRFT resulta na minimização do seguinte critério

$$J^{VR}(P) = \sum_{t=1}^N \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_n(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C_{11}(q, \rho_{11}) & C_{12}(q, \rho_{12}) & \cdots & C_{1n}(q, \rho_{1n}) \\ C_{21}(q, \rho_{21}) & C_{22}(q, \rho_{22}) & \cdots & C_{2n}(q, \rho_{2n}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{n1}(q, \rho_{n1}) & C_{n2}(q, \rho_{n2}) & \cdots & C_{nn}(q, \rho_{nn}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{e}_1(t) \\ \bar{e}_2(t) \\ \vdots \\ \bar{e}_n(t) \end{bmatrix}^2, \quad (61)$$

onde $u(t)$ é dado por um vetor coluna de dimensão n e representa os dados de entrada do sistema obtidos de maneira experimental. O sistema é controlado por uma matriz $n \times n$ de funções de transferência, na qual P constitui os parâmetros deste controlador $C(q, P)$ a serem calculados, enquanto que $\bar{e}(t)$ é o erro de seguimento de referência representado por um vetor coluna de dimensão n . A seguir será apresentada a implementação desta metodologia, que foi introduzida inicialmente para sistemas monovariáveis, e que foi estendida para sistemas multivariáveis.

4.3 VRFT MIMO na literatura

Uma abordagem ao controle VRFT em sistemas multivariáveis foi introduzido por (NAKAMOTO, 2004), o desenvolvimento da sua metodologia é apresentada a seguir.

A função custo a ser minimizada, introduzida em (61), pode ser reescrita da seguinte maneira

$$J^{VR}(P) = \sum_{t=1}^N \| u(t) - C(q, P)(T_d(q)^{-1} - I)y(t) \|^2 \quad (62)$$

onde $u(t)$ e $y(t)$ representam os vetores do conjunto de dados de entrada e saída respectivamente medidos experimentalmente na planta. Este processo é controlado por uma matriz $n \times n$ de funções de transferência $C(q, P)$, a fim de obter uma resposta desejada o mais próxima possível da resposta dada pelo modelo de referência $T_d(q)$, representado por uma

matriz $n \times n$ de funções de transferência.

Como foi apresentado previamente, a obtenção dos parâmetros do controlador é dada pela minimização da função custo em (62). Assim como no caso SISO, se os dados coletados não são afetados por ruído e se a classe C de controladores escolhidos contém o controlador ideal $C_d^{MR}(q)$, então o mínimo de (62) corresponde aos parâmetros ideais de $C_d^{MR}(q)$. Segundo (NAKAMOTO, 2004), a fim de lidar com sistemas que são afetados por ruído, um filtro foi alocado nesta equação, gerando

$$J(P) = \sum_{t=1}^{\infty} \|L(q)u(t) - C(q, P)(T_d(q)^{-1} - I)L(q)y(t)\|_2^2 \quad (63)$$

Note que o filtro foi aplicado aos sinais $u(t)$ e $y(t)$. Além disso, a fim de evitar o cálculo de T_d^{-1} na equação anterior, assume-se que $L(q) = T_d(q)$

$$J(P) = \sum_{t=1}^{\infty} \|T_d(q)u(t) - C(q, P)(T_d(q)^{-1} - I)T_d(q)y(t)\|_2^2, \quad (64)$$

ou alternativamente,

$$J(P) = \sum_{t=1}^{\infty} \|1T_d(q)u(t) - C(q, P)(I - T_d(q))y(t)\|_2^2. \quad (65)$$

Neste caso a aplicação do filtro aos sinais $u(t)$ e $y(t)$ não gera o mesmo efeito que no caso SISO (20), que é multiplicar os sinais $e(t)$ e $y(t)$ pelo filtro sem afetar o mínimo da função. Além disso, supondo que a classe de controladores escolhida contenha $C_d^{MR}(q)$, o mesmo não é encontrado com a minimização, a não ser em um caso específico: quando $T_d(q)$ for uma matriz diagonal com elementos iguais. Portanto para satisfazer a condição de que $\text{argmin } J^{VR}(P) = \text{argmin } J(P)$, a estrutura do filtro representado pelo modelo de referência $T_d(q)$ tem que ser uma *matriz diagonal com elementos iguais*. Esta restrição na escolha do $T_d(q)$ representa o principal inconveniente do método VRFT multivariável que até o momento foi introduzido na literatura, já que, como foi visto na seção de estruturas de Modelos de Referência, uma $T_d(q)$ diagonal com elementos iguais não seria a escolha mais apropriada quando os subsistemas inclusos na planta possuem desempenhos diferentes, e quando o tipo de controle projetado é centralizado. Além disso, quando o controlador ideal $C_d^{MR}(q)$ é incluso na "nova" função objetivo (65) o resultado da minimização não é zero, diferentemente do método VRFT original (61), o que leva a concluir que essa mudança na função objetivo pode resultar em um algoritmo que gera estimativas polarizadas dos parâmetros do controlador.

4.3.1 Implementação do método

Como ponto de partida, (65) pode ser reescrita como

$$J(P) = \sum_{t=1}^{\infty} \|1T_d(q)u(t) - K(t)\|_2^2 \quad (66)$$

onde

$$K(t) = C(q, P)(I - T_d)y(t) \quad (67)$$

A minimização da equação anterior pode ser resolvida pelo método dos mínimos quadrados. Sendo assim, o algoritmo de implementação é mostrado a seguir:

- Adquirir experimentalmente do sistema o conjunto de dados $\{u(t), y(t), t = 1, \dots, n\}$.
- Definir um modelo de Referência $T_d(q)$ composto por uma matriz diagonal com elementos iguais.
- Calcular $K(t)$ tal que $K(t) = C(q, P)(I - T_d)y(t)$
- Definir vetores U e E tal que

$$U = \begin{bmatrix} T_d(q)u_1(t) \\ T_d(q)u_2(t) \\ \vdots \\ T_d(q)u_n(t) \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} K(1) \\ K(2) \\ \vdots \\ K(n) \end{bmatrix}$$

- Estimar os parâmetros do controlador através da seguinte equação

$$P = (E^T E)^{-1} E^T U$$

4.3.1.1 Estrutura do Controlador

Para esta metodologia, a estrutura de controle escolhida pode ser tanto uma matriz descentralizada, quanto uma matriz completa. Suponha, sem perda de generalidade um processo TITO, como foi apresentado na Figura 11, no qual devem ser estimados os parâmetros de uma matriz de controladores $C(q, P)$ do tipo PID. A seguir é apresentada a estrutura de controle de *matriz cheia* para esta metodologia

$$C(q, P) = \begin{bmatrix} \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_3 & \rho_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \rho_5 & \rho_6 \\ \rho_7 & \rho_8 \end{bmatrix} \frac{1}{1 - q^{-1}} + \begin{bmatrix} \rho_9 & \rho_{10} \\ \rho_{11} & \rho_{12} \end{bmatrix} (1 - q^{-1}) \quad (68)$$

Este controlador possui um elemento proporcional, um elemento integral e um elemento derivativo. Onde cada elemento tem uma matriz (2×2) de parâmetros, sendo em total 12 parâmetros a serem calculados. Neste caso, o parâmetro $K(t)$ apresentado em (67) é obtido através do seguinte equacionamento matricial

$$K(t) = (I - T_d) \begin{bmatrix} y_1(t) & y_2(t) \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ y_1(t) & y_2(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_4 & \frac{1}{1 - q^{-1}} I_4 & (1 - q^{-1}) I_4 \end{bmatrix} \quad (69)$$

$$P = [\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_{12}]^T \quad (70)$$

onde I_4 é a matriz identidade de dimensão 4×4 e T_d é uma matriz 2×2 correspondente ao modelo de referência.

Por outro lado se o controlador escolhido é descentralizado, ou seja, sua estrutura esta vez é composta por dois controladores PID, é dada por

$$C(q, P) = \begin{bmatrix} \rho_1 & 0 \\ 0 & \rho_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \rho_5 & 0 \\ 0 & \rho_8 \end{bmatrix} \frac{1}{1 - q^{-1}} + \begin{bmatrix} \rho_9 & 0 \\ 0 & \rho_{12} \end{bmatrix} (1 - q^{-1}) \quad (71)$$

Conseqüentemente, os parâmetros $K(t)$ e P são obtidos assim

$$K(t) = (I - T_d) \begin{bmatrix} y_1(t) & 0 \\ 0 & y_2(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_2 & \frac{1}{1-q^{-1}} I_2 \\ (1 - q^{-1}) I_2 & I_2 \end{bmatrix}^{-1} \quad (72)$$

$$P = [\rho_1, \rho_4, \rho_5, \rho_8, \rho_9, \rho_{12}]^T \quad (73)$$

Os resultados obtidos através desta metodologia apresentam um desempenho satisfatório quando é cumprida a limitação dada na escolha da $T_d(q)$, isto é, a saída do sistema em malha fechada com controlador atinge os valores desejados dados pelo modelo de referência. Isto faz com que o método seja uma alternativa para a sintonia de controladores baseado em apenas um experimento. Porém, sua aplicabilidade está restrita a alguns tipos de sistemas.

A fim de melhorar a metodologia de controle em sistemas MIMO uma nova abordagem é proposta, na qual as restrições na escolha dos elementos de controle são diminuídas e são mantidas as propriedades do VRFT SISO.

4.4 Melhoria do método VRFT para Sistemas MIMO

Nesta seção é introduzida a metodologia de controle proposta como melhoria do método existente na literatura. Para fins de ilustração, um processo LTI TITO (two-input two-output) em tempo discreto é utilizado para descrever a implementação do método VRFT em sistemas multivariáveis. O modelo da planta (desconhecido) $G(q)$ é dado pela seguinte matriz de funções de transferência racionais:

$$G(q) = \begin{bmatrix} G_{11}(q) & G_{12}(q) \\ G_{21}(q) & G_{22}(q) \end{bmatrix} \quad (74)$$

Para este sistema, a estrutura do controlador é definida como

$$C(q, P) = \begin{bmatrix} \rho_{11}^T \bar{C}_{11}(q) & \rho_{12}^T \bar{C}_{12}(q) \\ \rho_{21}^T \bar{C}_{21}(q) & \rho_{22}^T \bar{C}_{22}(q) \end{bmatrix}, \quad (75)$$

onde, $\rho_{11}, \rho_{12}, \rho_{21}, \rho_{22}$ são os vetores de parâmetros do controlador a serem calculados, agrupados no vetor $P = [\rho_{11} \rho_{12} \rho_{21} \rho_{22}]^T$ e $\bar{C}_{11}, \bar{C}_{12}, \bar{C}_{21}, \bar{C}_{22}$ são os vetores coluna formados pelas funções de transferência do controlador determinado.

O modelo de referência deve ser escolhido pelo projetista, composto por uma matriz (2×2) de funções de transferência racionais

$$T_d(q) = \begin{bmatrix} T_{d11}(q) & T_{d12}(q) \\ T_{d21}(q) & T_{d22}(q) \end{bmatrix}. \quad (76)$$

Como foi apresentada em (59), a referência virtual é dada por

$$\bar{r}(t) = T_d(q)^{-1} y(t).$$

Supõe-se que $\bar{T}_d(q)$ representa a matriz inversa do modelo de referência $T_d(q)$, logo a referência virtual pode ser escrita como

$$\begin{bmatrix} \bar{r}_1(t) \\ \bar{r}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{T}_{d11}(q) & \bar{T}_{d12}(q) \\ \bar{T}_{d21}(q) & \bar{T}_{d22}(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} \quad (77)$$

e conseqüentemente,

$$\begin{bmatrix} \bar{r}_1(t) \\ \bar{r}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{T}_{d11}(q)y_1(t) + \bar{T}_{d12}(q)y_2(t) \\ \bar{T}_{d21}(q)y_1(t) + \bar{T}_{d22}(q)y_2(t) \end{bmatrix} \quad (78)$$

Na Figura (11) é apresentado o diagrama para a obtenção de dados e construção da referência virtual neste sistema.

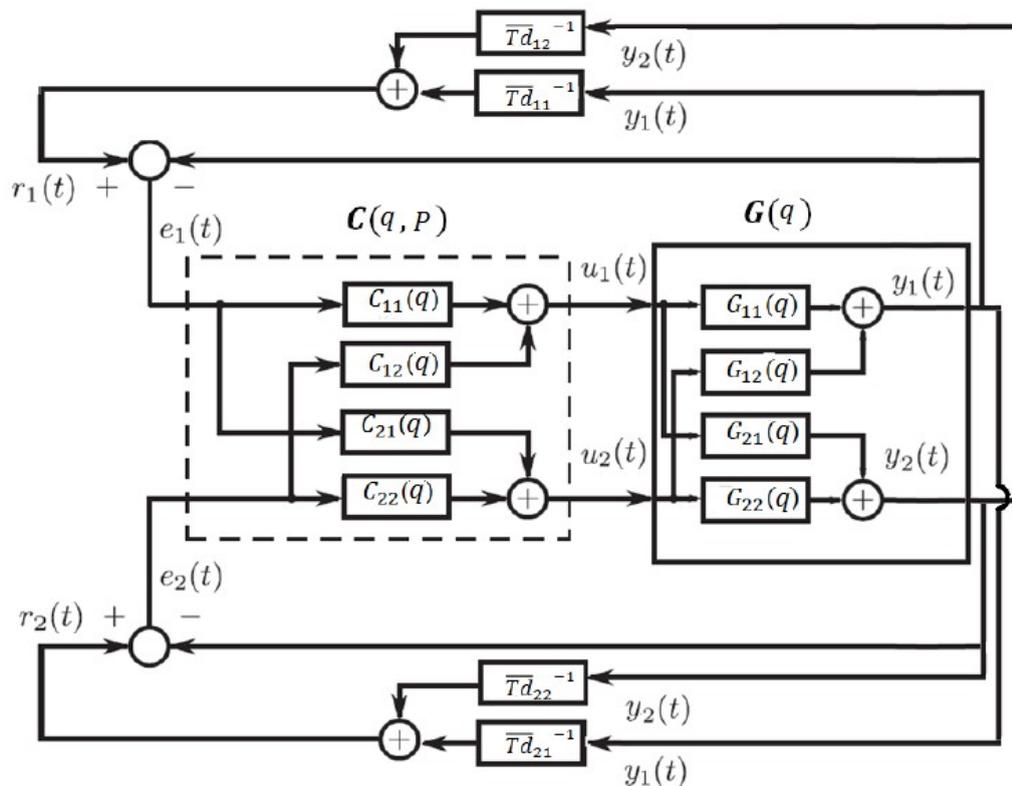


Figura 11: Sistema utilizado para obtenção de dados e construção de referência virtual no caso TITO.

Cada algoritmo que será apresentado foi desenvolvido dependendo da estrutura de controle escolhida e as características do sistema. Na primeira parte é apresentado o algoritmo para sistemas sem ruído, seguido da metodologia para sistemas com ruído que incluem uma proposta de filtro e a implementação de uma variável instrumental.

4.4.1 Caso sem ruído

4.4.1.1 Controlador descentralizado

Estruturas de controle descentralizadas, apresentam um forte apelo na utilização em processos industriais. Uma das suas vantagens é o menor grau de dificuldade envolvido na análise e no projeto, além disso, o custo de implementação é menor comparado com estruturas de controle de matriz completa. Em um sistema TITO o controlador introduzido em (75) se torna em:

$$C(q, P) = \begin{bmatrix} \rho_{11}^T \bar{C}_{11}(q) & 0 \\ 0 & \rho_{22}^T \bar{C}_{22}(q) \end{bmatrix} \quad (79)$$

onde $\rho_{11}, \rho_{22} \in \mathbb{R}^m$ e $\bar{C}_{11}(q)$ e $\bar{C}_{22}(q)$ são vetores coluna de dimensão m formados por funções de transferência.

A função objetivo apresentada em (61), considerando o erro de um controlador descentralizado é definido a seguir

$$J^{VR}(P) = \sum_{t=1}^f \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \rho_{11}^T \bar{C}_{11}(q) & 0 \\ 0 & \rho_{22}^T \bar{C}_{22}(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{e}_1(t) \\ \bar{e}_2(t) \end{bmatrix}^2$$

e portanto,

$$J^{VR}(P) = J_1(P_1) + J_2(P_2) = \sum_{t=1}^f \left[u_1(t) - \rho_{11}^T \bar{C}_{11}(q) \bar{e}_1(t) \right]^2 + \sum_{t=1}^f \left[u_2(t) - \rho_{22}^T \bar{C}_{22}(q) \bar{e}_2(t) \right]^2.$$

consequentemente, cada parcela pode ser otimizada em separado, e dessa forma, obter os parâmetros do controlador através da minimização de duas funções utilizando a técnica de mínimos quadrados:

$$P_1 = \sum_{t=1}^f \bar{C}_{11}(q) \bar{e}_1(t) \bar{C}_{11}(q) \bar{e}_1(t)^T \quad \bar{C}_{11}(q) \bar{e}_1(t) u_1(t)$$

$$P_2 = \sum_{t=1}^f \bar{C}_{22}(q) \bar{e}_2(t) \bar{C}_{22}(q) \bar{e}_2(t)^T \quad \bar{C}_{22}(q) \bar{e}_2(t) u_2(t)$$

4.4.1.2 Controlador cheio

Se a estrutura de controle escolhida é dada por uma matriz completa como é apresentado na equação (80) para um sistema TITO, o algoritmo é mostrado a seguir.

$$C(q, P) = \begin{bmatrix} \rho_{11}^T \bar{C}_{11}(q) & \rho_{12}^T \bar{C}_{12}(q) \\ \rho_{21}^T \bar{C}_{21}(q) & \rho_{22}^T \bar{C}_{22}(q) \end{bmatrix} \quad (80)$$

A função objetivo (61) se torna em

$$J^{VR}(P) = \sum_{t=1}^f \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \rho_{11}^T \bar{C}_{11}(q) & \rho_{12}^T \bar{C}_{12}(q) \\ \rho_{21}^T \bar{C}_{21}(q) & \rho_{22}^T \bar{C}_{22}(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{e}_1(t) \\ \bar{e}_2(t) \end{bmatrix}^2$$

e portanto,

$$J(P) = J_1(\rho_{11}, \rho_{12}) + J_2(\rho_{21}, \rho_{22}) = \sum_{t=1}^f \left[u_1(t) - \rho_{11}^T \bar{C}_{11}(q) \bar{e}_1(t) - \rho_{12}^T \bar{C}_{12}(q) \bar{e}_2(t) \right]^2 + \sum_{t=1}^f \left[u_2(t) - \rho_{21}^T \bar{C}_{21}(q) \bar{e}_1(t) - \rho_{22}^T \bar{C}_{22}(q) \bar{e}_2(t) \right]^2,$$

A fim de simplificar o equacionamento vamos fazer mudanças de variáveis tal que

$$P_1 = \begin{bmatrix} \rho_{11} \\ \rho_{12} \end{bmatrix}, E_1(t) = \begin{bmatrix} \bar{C}_{11}(q)\bar{e}_1(t) \\ \bar{C}_{12}(q)\bar{e}_2(t) \end{bmatrix}$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} \rho_{21} \\ \rho_{22} \end{bmatrix}, E_2(t) = \begin{bmatrix} \bar{C}_{21}(q)\bar{e}_1(t) \\ \bar{C}_{22}(q)\bar{e}_2(t) \end{bmatrix}$$

Logo,

$$J(P) = J_1(P_1) + J_2(P_2) = \sum_{t=1}^{\infty} u_1(t) - P_1^T E_1(t) \quad ^2 +$$

$$\sum_{t=1}^{\infty} u_2(t) - P_2^T E_2(t) \quad ^2$$

onde cada parcela pode ser otimizada em separado, e os parâmetros são calculados por

$$P_1 = \sum_{t=1}^{\infty} E_1(t)E_1^T(t) \quad ^{-1} \sum_{t=1}^{\infty} E_1(t)u_1(t) \quad (81)$$

$$P_2 = \sum_{t=1}^{\infty} E_2(t)E_2^T(t) \quad ^{-1} \sum_{t=1}^{\infty} E_2(t)u_2(t) \quad (82)$$

4.4.1.3 Controlador cheio simplificado

De uma maneira similar à mostrada anteriormente, é apresentado o equacionamento de controlador completo quando todos os controladores da forma $\bar{C}_{ij}(q)$ têm a mesma estrutura, sendo este um caso muito comum em projeto e análise de controle. A diferença é dada pela simplificação do equacionamento na implementação do método VRFT. Sendo assim, assume-se que: $\bar{C}_{11}(q) = \bar{C}_{12}(q) = \bar{C}_{21}(q) = \bar{C}_{22}(q) = \bar{C}(q)$. A estrutura de controle dada em (80) se torna em:

$$C(q, P) = \begin{bmatrix} \rho_{11}^T \bar{C}(q) & \rho_{12}^T \bar{C}(q) \\ \rho_{21}^T \bar{C}(q) & \rho_{22}^T \bar{C}(q) \end{bmatrix} \quad (83)$$

O desenvolvimento é parecido com o acima, mas $E_1(t) = E_2(t) = E(t)$

$$E_1(t) = \begin{bmatrix} \bar{C}(q)\bar{e}_1(t) \\ \bar{C}(q)\bar{e}_2(t) \end{bmatrix} = E_2(t) = \begin{bmatrix} \bar{C}(q)\bar{e}_1(t) \\ \bar{C}(q)\bar{e}_2(t) \end{bmatrix} = E(t)$$

Logo,

$$J^{VR}(P) = J_1(P_1) + J_2(P_2) = \sum_{t=1}^{\infty} u_1(t) - P_1^T E(t) \quad ^2 +$$

$$\sum_{t=1}^{\infty} u_2(t) - P_2^T E(t) \quad ^2$$

e as estimativas de controle podem ser calculadas por

$$P_1 = \sum_{t=1}^{\infty} E(t)E^T(t) \sum_{t=1}^{-1} E(t)u_1(t)$$

$$P_2 = \sum_{t=1}^{\infty} E(t)E^T(t) \sum_{t=1}^{-1} E(t)u_2(t)$$

ou de forma compacta

$$P = \begin{bmatrix} P_1 & \\ & P_2 \end{bmatrix} = \sum_{t=1}^{\infty} E(t)E^T(t) \sum_{t=1}^{-1} E(t) \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} \quad (84)$$

4.4.2 Caso com Ruído

A formulação do método VRFT é proposta para sistemas sem influência do ruído, uma condição pouco comum em processos de controle. Em processos afetados por ruído os resultados dados pelo algoritmo podem resultar em uma estimativa pouco acertada dos parâmetros do controlador. Na literatura, no método VRFT monovariável para sistemas com ruído é proposto o uso de uma variável instrumental (IV). Nos casos multivariáveis da literatura também é proposta a inclusão de um filtro. Uma extensão desta proposta pode ser incluída no método apresentado acima, a fim de melhorar a estimativa dos parâmetros de controle.

4.4.2.1 Projeto do Filtro

Considerando o sistema LTI apresentado em (40),

$$y(t) = G(q)u(t) + v(t),$$

onde q é o operador de avanço no tempo, $G(q)$ é uma matriz $n \times n$ de funções de transferência racionais, os sinais $u(t)$ e $y(t)$ são vetores coluna de dimensão n , os quais representam a entrada e saída da planta respectivamente. O ruído $v(t)$ é representado como $v(t) = H(q)e(t)$ onde $e(t)$ é um vetor de ruído branco com variância de σ_e^2 para cada elemento do vetor e $H(q)$ é uma matriz $n \times n$ de funções de transferência.

Lembrando que a função objetivo do método VRFT SISO é dada por

$$J^{VR}(\rho) = \sum_{t=1}^{\infty} 1[u(t) - C(q, \rho)\bar{e}(t)]^2$$

É apresentada uma extensão deste método aplicado a sistemas MIMO, porém mantendo as propriedades do VRFT clássico. No caso em que o sistema é afetado por ruído, um filtro é proposto de forma que não modifique o mínimo da função objetivo no caso ideal, isto é quando o controlador ideal pertence à classe do controlador escolhido $C_d^{MR}(q) \in C$.

$$J^{VR}(P) = \sum_{t=1}^{\infty} 1L(q)(u(t) - C(q, P)\bar{e}(t))_2^2 \quad (85)$$

Observe que o filtro $L(q)$ é uma matriz $n \times n$ que pode ser composto por funções de transferência racionais

$$L(q) = \begin{bmatrix} L_{11}(q) & L_{12}(q) & \cdots & L_{1n}(q) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{n1}(q) & L_{n2}(q) & \cdots & L_{nn}(q) \end{bmatrix}, \quad (86)$$

e também serve para dar pesos entre as malhas de controle. Este filtro pode até ser estático, a escolha da sua estrutura é dada pelo projetista, a qual serve para escolher a importância das malhas no momento do projeto. Nos casos em que o controlador é linearmente parametrizado a função objetivo é quadrática nos parâmetros, e o problema de otimização também tem solução fechada. A estrutura do controlador a seguir

$$C(q, P) = \begin{bmatrix} \rho_{11}^T \bar{C}_{11}(q) & \rho_{12}^T \bar{C}_{12}(q) \\ \rho_{21}^T \bar{C}_{21}(q) & \rho_{22}^T \bar{C}_{22}(q) \end{bmatrix}$$

Considerando que

$$b(t) = L(q)u(t) = \begin{bmatrix} b_1(t) \\ b_2(t) \end{bmatrix} \quad (87)$$

bem como

$$\bar{e}(t) = \begin{bmatrix} \bar{e}_1(t) \\ \bar{e}_2(t) \end{bmatrix} \quad (88)$$

Escreve-se a função objetivo

$$J^{VR}(P) = \sum_{t=1}^{\infty} \begin{bmatrix} b_1(t) \\ b_2(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} L_{11}(q) & L_{12}(q) \\ L_{21}(q) & L_{22}(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_{11}^T \bar{C}_{11}(q) & \rho_{12}^T \bar{C}_{12}(q) \\ \rho_{21}^T \bar{C}_{21}(q) & \rho_{22}^T \bar{C}_{22}(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{e}_1(t) \\ \bar{e}_2(t) \end{bmatrix}^2$$

Ocultando os argumentos z e t para simplificar, temos

$$J^{VR}(P) = \sum_{t=1}^{\infty} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} L_{11}\rho_{11}^T \bar{C}_{11} + L_{12}\rho_{21}^T \bar{C}_{21} & L_{11}\rho_{12}^T \bar{C}_{12} + L_{12}\rho_{22}^T \bar{C}_{22} \\ L_{21}\rho_{11}^T \bar{C}_{11} + L_{22}\rho_{21}^T \bar{C}_{21} & L_{21}\rho_{12}^T \bar{C}_{12} + L_{22}\rho_{22}^T \bar{C}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{e}_1 \\ \bar{e}_2 \end{bmatrix}^2$$

e portanto,

$$J^{VR}(\rho) = \sum_{t=1}^{\infty} \begin{bmatrix} b_1 - L_{11}\rho_{11}^T \bar{C}_{11} \bar{e}_1 - L_{12}\rho_{21}^T \bar{C}_{21} \bar{e}_1 - L_{11}\rho_{12}^T \bar{C}_{12} \bar{e}_2 - L_{12}\rho_{22}^T \bar{C}_{22} \bar{e}_2 \\ b_2 - L_{21}\rho_{11}^T \bar{C}_{11} \bar{e}_1 - L_{22}\rho_{21}^T \bar{C}_{21} \bar{e}_1 - L_{21}\rho_{12}^T \bar{C}_{12} \bar{e}_2 - L_{22}\rho_{22}^T \bar{C}_{22} \bar{e}_2 \end{bmatrix}^2$$

O mínimo da função é obtido quando o gradiente de $J^{VR}(P)$ é igual a zero, ou seja,

$$\nabla J^{VR}(P) = \begin{bmatrix} \frac{\partial J(P)}{\partial \rho_{11}} \\ \frac{\partial J^{VR}(P)}{\partial \rho_{12}} \\ \frac{\partial J^{VR}(P)}{\partial \rho_{21}} \\ \frac{\partial J^{VR}(P)}{\partial \rho_{22}} \end{bmatrix} = 0 \quad (89)$$

onde,

$$\frac{\partial J(P)}{\partial \rho_{11}} = -2 \sum_{t=1}^{\infty} b_1 - L_{11} \rho_{11}^T \bar{C}_{11} \bar{e}_1 - L_{12} \rho_{21}^T \bar{C}_{21} \bar{e}_1 - L_{11} \rho_{12}^T \bar{C}_{12} \bar{e}_2 - L_{12} \rho_{22}^T \bar{C}_{22} \bar{e}_2 \quad L_{11} \bar{C}_{11} \bar{e}_1 +$$

$$b_2 - L_{21} \rho_{11}^T \bar{C}_{11} \bar{e}_1 - L_{22} \rho_{21}^T \bar{C}_{21} \bar{e}_1 - L_{21} \rho_{12}^T \bar{C}_{12} \bar{e}_2 - L_{22} \rho_{22}^T \bar{C}_{22} \bar{e}_2 \quad L_{21} \bar{C}_{11} \bar{e}_1$$

$$\frac{\partial J(P)}{\partial \rho_{12}} = -2 \sum_{t=1}^{\infty} b_1 - L_{11} \rho_{11}^T \bar{C}_{11} \bar{e}_1 - L_{12} \rho_{21}^T \bar{C}_{21} \bar{e}_1 - L_{11} \rho_{12}^T \bar{C}_{12} \bar{e}_2 - L_{12} \rho_{22}^T \bar{C}_{22} \bar{e}_2 \quad L_{11} \bar{C}_{12} \bar{e}_2 +$$

$$b_2 - L_{21} \rho_{11}^T \bar{C}_{11} \bar{e}_1 - L_{22} \rho_{21}^T \bar{C}_{21} \bar{e}_1 - L_{21} \rho_{12}^T \bar{C}_{12} \bar{e}_2 - L_{22} \rho_{22}^T \bar{C}_{22} \bar{e}_2 \quad L_{21} \bar{C}_{12} \bar{e}_2$$

$$\frac{\partial J(P)}{\partial \rho_{21}} = -2 \sum_{t=1}^{\infty} b_1 - L_{11} \rho_{11}^T \bar{C}_{11} \bar{e}_1 - L_{12} \rho_{21}^T \bar{C}_{21} \bar{e}_1 - L_{11} \rho_{12}^T \bar{C}_{12} \bar{e}_2 - L_{12} \rho_{22}^T \bar{C}_{22} \bar{e}_2 \quad L_{12} \bar{C}_{21} \bar{e}_1 +$$

$$b_2 - L_{21} \rho_{11}^T \bar{C}_{11} \bar{e}_1 - L_{22} \rho_{21}^T \bar{C}_{21} \bar{e}_1 - L_{21} \rho_{12}^T \bar{C}_{12} \bar{e}_2 - L_{22} \rho_{22}^T \bar{C}_{22} \bar{e}_2 \quad L_{22} \bar{C}_{21} \bar{e}_1$$

$$\frac{\partial J(P)}{\partial \rho_{22}} = -2 \sum_{t=1}^{\infty} b_1 - L_{11} \rho_{11}^T \bar{C}_{11} \bar{e}_1 - L_{12} \rho_{21}^T \bar{C}_{21} \bar{e}_1 - L_{11} \rho_{12}^T \bar{C}_{12} \bar{e}_2 - L_{12} \rho_{22}^T \bar{C}_{22} \bar{e}_2 \quad L_{12} \bar{C}_{22} \bar{e}_2 +$$

$$b_2 - L_{21} \rho_{11}^T \bar{C}_{11} \bar{e}_1 - L_{22} \rho_{21}^T \bar{C}_{21} \bar{e}_1 - L_{21} \rho_{12}^T \bar{C}_{12} \bar{e}_2 - L_{22} \rho_{22}^T \bar{C}_{22} \bar{e}_2 \quad L_{22} \bar{C}_{22} \bar{e}_2$$

A equação (89) é equivalente a

$$\sum_{t=1}^{\infty} AA^T + BB^T \begin{bmatrix} \rho_{11} \\ \rho_{12} \\ \rho_{21} \\ \rho_{22} \end{bmatrix} = \sum_{t=1}^{\infty} b_1 A + b_2 B,$$

onde,

$$A = \begin{bmatrix} \bar{C}_{11} L_{11} \bar{e}_1 \\ \bar{C}_{12} L_{11} \bar{e}_2 \\ \bar{C}_{21} L_{12} \bar{e}_1 \\ \bar{C}_{22} L_{12} \bar{e}_2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \bar{C}_{11} L_{21} \bar{e}_1 \\ \bar{C}_{12} L_{21} \bar{e}_2 \\ \bar{C}_{21} L_{22} \bar{e}_1 \\ \bar{C}_{22} L_{22} \bar{e}_2 \end{bmatrix}.$$

Finalmente, os parâmetros do controlador podem ser calculados por

$$P = \begin{bmatrix} \rho_{11} \\ \rho_{12} \\ \rho_{21} \\ \rho_{22} \end{bmatrix} = \sum_{t=1}^{\infty} AA^T + BB^T \begin{bmatrix} b_1 A + b_2 B \end{bmatrix}^{-1}$$

onde,

$$A = \begin{bmatrix} L_{11} E_1(t) \\ L_{12} E_2(t) \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} L_{21} E_1(t) \\ L_{22} E_2(t) \end{bmatrix},$$

$$E_1 = \begin{bmatrix} \bar{C}_{11}(q)\bar{e}_1(t) \\ \bar{C}_{12}(q)\bar{e}_2(t) \end{bmatrix}, E_2 = \begin{bmatrix} \bar{C}_{21}(q)\bar{e}_1(t) \\ \bar{C}_{22}(q)\bar{e}_2(t) \end{bmatrix}.$$

Alternativamente, assume-se um vetor regressor da forma $\phi(t) = [A \ B]$, para o qual a solução será obtida a partir de um problema de otimização resolvido pela aplicação do método dos mínimos quadrados, isto é:

$$P = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{bmatrix} = \sum_{t=1}^f \phi(t)\phi(t)^T \sum_{t=1}^f [\phi(t)u(t)]. \quad (90)$$

4.4.2.2 Variável Instrumental (IV)

Em sistemas monovariáveis com ruído, o uso de uma variável instrumental foi proposto para gerar uma estimativa não-polarizada dos parâmetros de controle (CAMPI; LECCHINI; SAVARESI, 2002). Uma extensão deste método é proposto para sistemas multivariáveis. Uma IV é um vetor $\zeta(t)$, que remove a polarização no cálculo dos parâmetros mantendo as propriedades do algoritmo VRFT. No caso de um sistema TITO, como apresentado acima, o vetor regressor é da forma

$$\phi(t) = [A \ B] \quad (91)$$

onde,

$$A = \begin{bmatrix} \bar{C}_{11}L_{11}(T_d^{-1}(q) - I)y_1(t) \\ \bar{C}_{12}L_{11}(T_d^{-1}(q) - I)y_2(t) \\ \bar{C}_{21}L_{12}(T_d^{-1}(q) - I)y_1(t) \\ \bar{C}_{22}L_{12}(T_d^{-1}(q) - I)y_2(t) \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \bar{C}_{11}L_{21}(T_d^{-1}(q) - I)y_1(t) \\ \bar{C}_{12}L_{21}(T_d^{-1}(q) - I)y_2(t) \\ \bar{C}_{21}L_{22}(T_d^{-1}(q) - I)y_1(t) \\ \bar{C}_{22}L_{22}(T_d^{-1}(q) - I)y_2(t) \end{bmatrix}.$$

Assim a variável instrumental ζ é definida a seguir

$$\zeta(t) = [A' \ B'] \quad (92)$$

onde,

$$A' = \begin{bmatrix} \bar{C}_{11}L_{11}(T_d^{-1}(q) - I)y_1'(t) \\ \bar{C}_{12}L_{11}(T_d^{-1}(q) - I)y_2'(t) \\ \bar{C}_{21}L_{12}(T_d^{-1}(q) - I)y_1'(t) \\ \bar{C}_{22}L_{12}(T_d^{-1}(q) - I)y_2'(t) \end{bmatrix}, B' = \begin{bmatrix} \bar{C}_{11}L_{21}(T_d^{-1}(q) - I)y_1'(t) \\ \bar{C}_{12}L_{21}(T_d^{-1}(q) - I)y_2'(t) \\ \bar{C}_{21}L_{22}(T_d^{-1}(q) - I)y_1'(t) \\ \bar{C}_{22}L_{22}(T_d^{-1}(q) - I)y_2'(t) \end{bmatrix}, \quad (93)$$

onde $y'(t)$ representa um conjunto alternativo de dados de saída. A obtenção destes dados pode ser dada através de um segundo experimento utilizando o mesmo conjunto de dados de entrada $u(t)$, e assim, gerar um novo conjunto de dados de saída $y'(t)$. Logo, obter a variável instrumental como apresentado em (92) e (93). Observe-se que o conjunto de dados $y(t)$ e $y'(t)$ são diferentes ao ser afetados por duas diferentes realizações de ruído. Além disso, é possível assumir que os ruídos não são correlacionados e, portanto garantir que a estimativa de P^{IV} tende assintoticamente a P^{MR} .

Uma vez que a variável instrumental seja obtida, a equação do cálculo dos parâmetros do controlador (90) se torna em

$$P^{IV} = \sum_{t=1}^N \mathbf{f} \zeta(t) \phi(t)^T \mathbf{1}_{-1} \sum_{t=1}^N [\zeta(t) u(t)]. \quad (94)$$

Até este ponto foi apresentado o algoritmo VRFT para sistemas MIMO com ruído, mas, se o sistema a ser controlado não está corrompido por ruído a formulação anterior pode ser simplificada, já que nesse caso não é mais necessário o uso do filtro nem variável instrumental. Cada algoritmo a seguir foi desenvolvido dependendo da estrutura de controle escolhida.

4.5 Considerações Finais

O método de controle VRFT apresenta-se como uma solução prática para problemas de controle de processos. Uma das principais desvantagens da abordagem apresentada na literatura é o fato de ter modificado a função objetivo original do método VRFT, já que isto gera uma restrição quanto à escolha do modelo de referência. Assim, se o método é aplicado a um sistema que não cumpra as limitações dadas, o algoritmo gera estimativas polarizadas dos parâmetros do controlador.

Por outro lado, o método proposto neste trabalho permite expandir a gama de aplicação da metodologia para um maior número de processos multivariáveis. Em condições ideais, a metodologia desenvolvida garante que os parâmetros obtidos serão iguais aos parâmetros do controlador ideal, e para lidar com sistemas com ruído um filtro adequado é proposto junto com uma variável instrumental. As melhorias apresentadas neste capítulo serão avaliadas através de simulações e testes em um sistema real no seguinte capítulo.

5 RESULTADOS - ESTUDO DE CASOS

5.1 Introdução

Neste capítulo, será apresentado um exemplo ilustrativo a fim de comparar o desempenho do método proposto e o método da literatura, ilustrando as melhorias propostas. Adicionalmente será mostrada a implementação da metodologia desenvolvida em uma planta de nível do laboratório de controle, a fim de avaliar o desempenho do algoritmo em um processo real.

5.2 Sistema I

A seguir, considera-se para os próximos testes uma planta multivariável cujo modelo foi usado em (FORMENTIN; SAVARESI, 2011), dado pela matriz de transferência

$$G(q) = \begin{bmatrix} \frac{0.09516q^{-1}}{1-0.9048q^{-1}} & \frac{0.03807q^{-1}}{1-0.9048q^{-1}} \\ \frac{-0.02974q^{-1}}{1-0.9048q^{-1}} & \frac{0.04758q^{-1}}{1-0.9048q^{-1}} \end{bmatrix}. \quad (95)$$

Com o propósito de avaliar de forma completa o método apresentado, quatro exemplos de controle são abordados, comparando os resultados obtidos com os resultados do método introduzido por (NAKAMOTO, 2004). Os três exemplos iniciais abordam diferentes casos onde as condições ideais são mantidas, isto é, a classe do controlador escolhido contém a classe do controlador ideal $C_d(q) \in C$. No entanto, no quarto exemplo é apresentado um exemplo onde a classe do controlador escolhida não contém a classe do controlador ideal $C_d(q) \notin C$.

As duas abordagens iniciais não consideram o efeito do ruído no sistema: na primeira o modelo de referência é uma matriz diagonal com elementos iguais, enquanto que na segunda o modelo de referência é formado por uma matriz diagonal com elementos diferentes. No seguinte exemplo é considerado o efeito do ruído no processo, bem como a aplicação de diferentes sinais para coletar os dados. Finalmente no último exemplo é considerado o sistema com ruído, as diferentes sinais para coletar os dados e uma estrutura de controle descentralizada, diferente aos três exemplos anteriores.

A eficácia e desempenho dos exemplos que serão apresentados serão apreciados através do cálculo da função custo J^{MR} , que representa o erro entre a saída do sistema em malha fechada com o controlador calculado e a resposta dada pelo modelo de referência. Este custo é definido como

$$J^{MR}(P) = \sum_{t=1}^{\infty} \|y(t, P) - y_d(t)\|_2^2. \quad (96)$$

no caso de um sistema TITO a função custo pode ser escrita como

$$J^{MR}(P) = \sum_{t=1}^f \begin{bmatrix} y_1(t, P) \\ y_2(t, P) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} y_{d1}(t) \\ y_{d2}(t) \end{bmatrix} \quad (97)$$

ou,

$$J^{MR}(P) = \sum_{t=1}^f (y_1(t, P) - y_{d1}(t))^2 + \sum_{t=1}^f (y_2(t, P) - y_{d2}(t))^2 \quad (98)$$

5.2.1 Caso sem ruído I

No primeiro exemplo, será utilizado o modelo de referência ($T_d(q)$) utilizado por (FORMENTIN; SAVARESI, 2011); ou seja, uma matriz diagonal com elementos iguais, a qual é dada por

$$T_{d1}(q) = \begin{bmatrix} \frac{0.1148q^{-1}-0.0942q^{-2}}{1-1.79q^{-1}+0.8106q^{-2}} & 0 \\ 0 & \frac{0.1148q^{-1}-0.0942q^{-2}}{1-1.79q^{-1}+0.8106q^{-2}} \end{bmatrix} \quad (99)$$

Para fins de comparação é calculado o controlador ideal, conforme (51), dado por

$$C_{d1}(q) = \begin{bmatrix} \frac{0.9651-0.7919z^{-1}}{1-z^{-1}} & \frac{0.6032-0.495z^{-1}}{1-z^{-1}} \\ \frac{-0.7722+0.6336z^{-1}}{1-z^{-1}} & \frac{1.93-1.584z^{-1}}{1-z^{-1}} \end{bmatrix}, \quad (100)$$

Note que a implementação desta metodologia não precisa do cálculo do controlador ideal (C_d) pois o modelo da planta é desconhecido. Como C_d é um controlador com todos os elementos do tipo PI, foi escolhido um controlador de matriz completa, onde todos os controladores da forma $\bar{C}_{i,j}(q)$ têm a mesma estrutura

$$C(q, P) = \begin{bmatrix} \rho_{11}^T \bar{C}(q) & \rho_{12}^T \bar{C}(q) \\ \rho_{21}^T \bar{C}(q) & \rho_{22}^T \bar{C}(q) \end{bmatrix}, \quad (101)$$

onde

$$\rho_{ij}^T = \begin{bmatrix} k_{p_{ij}} & k_{i_{ij}} \end{bmatrix}, \quad \bar{C}(q) = \frac{1}{1-q^{-1}}.$$

Através de um experimento em malha aberta e com um período de amostragem $T_s = 0.05s$ foram coletados os conjuntos de dados de entrada e saída. Para o ensaio foi aplicado um salto unitário a partir da segunda amostra, na primeira entrada u_1 e 15 segundos depois, um degrau unitário na entrada u_2 do sistema. No total, foram utilizadas 1200 amostras por cada conjunto de dados de saída e entrada, ou seja, 600 amostras para a entrada u_1 e 600 para a entrada u_2 , e da mesma forma para o conjunto de dados de saída. Nesta abordagem foi implementado o método da literatura descrito no capítulo anterior, na seção 4.3, e simultaneamente, a metodologia proposta sem filtro descrita na seção 4.4.3, a fim de obter os parâmetros do controlados e poder realizar as respectivas comparações de desempenho.

Conforme esperado, as duas metodologias conseguem encontrar os parâmetros do controlador ideal. O resultado é apresentado na Figura 12, onde o sinal de referência r_1 corresponde a um salto unitário, e 5 segundos depois um salto unitário no sinal de referência r_2 . Observe-se que as três linhas correspondentes à resposta dada pelo modelo de referência, e os resultados do sistema em malha fechada para a metodologia proposta

e existente, estão sobrepostas, o que significa que o resultado obtido foi igual ao desejado nos dois casos.

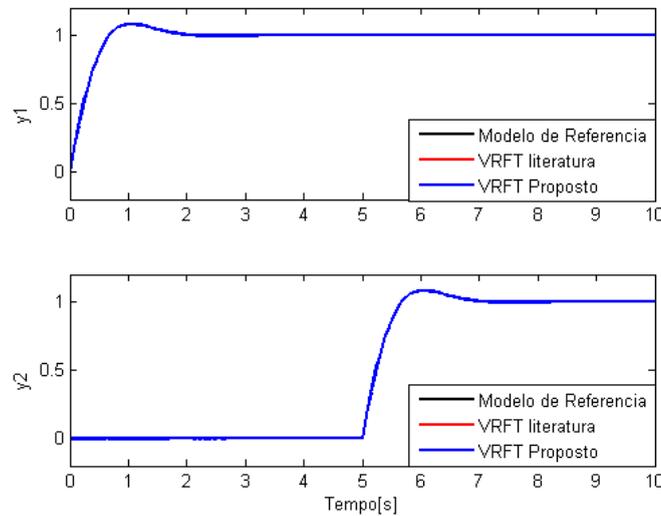


Figura 12: Resposta do sistema em malha fechada com controlador, obtida com os dois algoritmos VRFT e o modelo de referência T_{d1} .

Dado que as estimativas do controlador foram iguais ao controlador ideal conforme (100), conclui-se que o desempenho dos dois algoritmos é satisfatório quando o modelo de referência escolhido é uma matriz diagonal com elementos iguais e não há ruído. Por esta razão, o cálculo da função custo (98) que avalia o desempenho dos controladores e sua similaridade com a resposta desejada não é necessário, já que para os dois casos o custo resultante será zero.

5.2.2 Caso sem ruído II

Diferente do exemplo anterior, o modelo de referência escolhido ainda diagonal, é agora composto por duas funções de transferência diferentes, dadas por

$$T_{d2}(q) = \begin{bmatrix} \frac{0.1q^{-1}}{1-0.9q^{-1}} & 0 \\ 0 & \frac{0.4q^{-1}}{1-0.6q^{-1}} \end{bmatrix}. \quad (102)$$

Note que com esta escolha, a segunda malha terá um tempo de acomodação inferior a um segundo enquanto que a primeira malha apresenta um tempo de acomodação superior a 2 segundos. Com este novo modelo de referência, o controlador ideal C_d é dado por

$$C_{d2}(q) = \begin{bmatrix} \frac{0.8406-0.7606q^{-1}}{1-q^{-1}} & \frac{-2.69+2.434q^{-1}}{1-q^{-1}} \\ \frac{-0.5254-0.4754q^{-1}}{1-q^{-1}} & \frac{6.725-6.085q^{-1}}{1-q^{-1}} \end{bmatrix}. \quad (103)$$

Observe que neste exemplo, mesmo alterando o $T_d(q)$, ainda o controlador ideal tem uma estrutura PI, portanto a estrutura do controlador escolhido, igual ao exemplo anterior, é dada por uma matriz completa onde todos os controladores são da forma (101).

Novamente, neste teste os dados foram obtidos com um experimento em malha aberta, com período de amostragem $T_s = 0.05s$. Os sinais de entrada são: um degrau unitário em u_1 e 15 segundo depois um degrau unitário em u_2 , assim, coletando 1200 amostras para

cada um dos conjuntos de dados tanto de entrada quanto de saída. Na Tabela 1 são mostradas as estimativas calculadas para as duas metodologias, onde VRFT(1) corresponde aos parâmetros obtidos com o algoritmo proposto neste trabalho, enquanto VRFT(2) corresponde às estimativas calculadas com a metodologia dada na literatura.

Tabela 1: Parâmetros dos controladores para cada metodologia no caso sem ruído

Estimativa(P)	VRFT(1)	VRFT(2)	C_d
k_{p11}	0.76	0.7613	0.76
k_{f11}	0.08	0.08	0.08
k_{p12}	-2.434	-0.469	-2.434
k_{f12}	-0.256	-0.256	-0.256
k_{p21}	0.475	0.899	0.475
k_{f21}	0.050	0.049	0.05
k_{p22}	6.0850	5.975	6.085
k_{f22}	0.64	0.632	0.64

Utilizando as estimativas calculadas, os controladores que devem ser aplicados aos sistemas são dados por

$$C_1(q, P) = \begin{bmatrix} \frac{0.8406 - 0.7606q^{-1}}{1 - q^{-1}} & \frac{-2.69 + 2.434q^{-1}}{1 - q^{-1}} \\ \frac{-0.5254 - 0.4754q^{-1}}{1 - q^{-1}} & \frac{6.725 - 6.085q^{-1}}{1 - q^{-1}} \end{bmatrix} \quad (104)$$

$$C_2(q, P) = \begin{bmatrix} \frac{-0.7262 + 0.4698q^{-1}}{1 - q^{-1}} & \frac{0.9498 - 0.8999q^{-1}}{1 - q^{-1}} \\ \frac{0.9498 - 0.8999q^{-1}}{1 - q^{-1}} & \frac{6.617 - 5.975q^{-1}}{1 - q^{-1}} \end{bmatrix} \quad (105)$$

Note que $C_1(q, P)$ é uma matriz de funções de transferência, com os elementos iguais ao controlador ideal conforme (103), no entanto os parâmetros de controle de $C_2(q, P)$ apresentam diferenças com respeito às estimativas ideais, resultando em uma estrutura diferente da desejada. Na Figura (13) é apresentado o resultado obtido com os dois controladores. Como esperado, a metodologia proposta resulta em um comportamento idêntico ao obtido com o controlador ideal, enquanto que o método apresentado na literatura não se comporta dessa forma.

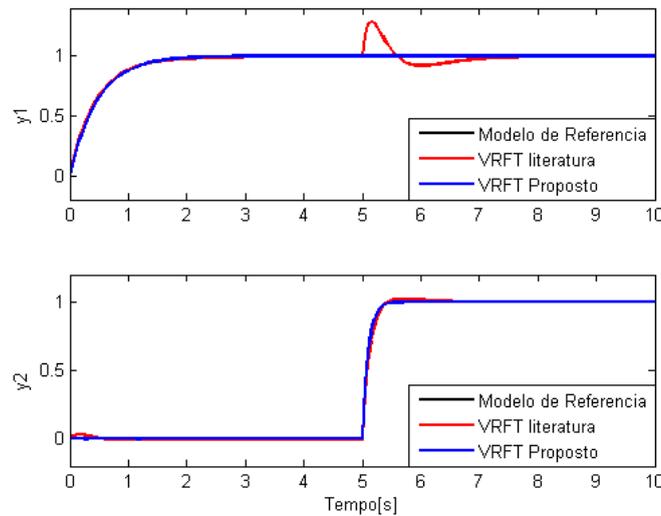


Figura 13: Resposta do sistema em malha fechada com controlador, obtida com os dois algoritmos VRFT e o modelo de referência T_{d2} .

Novamente, o custo $J_2^{MR}(P)$ é calculado e apresentado na Tabela 2, para cada resposta apresentada na Figura 13: $J_2^{MR}(1)$ corresponde ao custo para o VRFT(1) (Metodologia proposta), enquanto $J_2^{MR}(2)$ representa o custo para VRFT(2) (metodologia da literatura).

Tabela 2: Valores da função custo para as estimativas obtidas no caso sem ruído II

$u(t)$	$J_2^{MR}(1)$	$J_2^{MR}(2)$
Degrau	0	0.5507

Estes valores conseguem confirmar numericamente a melhoria do algoritmo proposto. Como foi apresentado no capítulo anterior, a metodologia existente na literatura somente garante o desempenho satisfatório quando o modelo de referência é dado por uma matriz diagonal com elementos iguais. Por outro lado o desempenho obtido com a metodologia proposta é igual ao modelo de referência escolhido mesmo quando a matriz $T_d(q)$ é diagonal com elementos diferentes. Sendo assim, conseguimos obter uma maior aplicabilidade do método VRFT para processos multivariáveis.

5.2.3 Caso com ruído

Neste caso o objetivo do projeto é encontrar as estimativas do controlador, considerando que a saída do processo (95) está corrompida por ruído branco, com variância de $\sigma^2 = 0.002$ nas duas saídas. O modelo de referência escolhido é igual ao dado por (102), ou seja, uma matriz diagonal com elementos diferentes. Por conseguinte, o controlador ideal é uma matriz completa com estrutura PI como apresentada em (103).

Nos exemplos anteriores o sinal de entrada $u(t)$ utilizado para a coleta dos dados foi um degrau unitário na primeira entrada u_1 e um degrau unitário deslocado na segunda malha u_2 , e como foi observado, os resultados foram satisfatórios. No entanto, quando o ruído afeta o sistema, o tipo de sinal utilizado pode influenciar na estimativa dos parâmetros do controlador. Diferente do caso SISO, quando a sintonia de um PI se traduz na identificação de 2 parâmetros, neste caso tem-se 2×4 parâmetros, e uma combinação de

degraus é menos eficiente. Por esse motivo, foram testados dois sinais: PRBS, por ser um sinal mais rico, e dois saltos por serem sinais mais aplicados na prática.

De forma similar aos testes anteriores, nos três exemplos a seguir os dados foram coletados através de um experimento em malha aberta, com período de amostragem $T_s = 0.05s$. No primeiro ensaio, foi aplicado um salto na primeira entrada u_1 e 15 segundos depois, um salto na entrada u_2 como é mostrado na Figura 14.

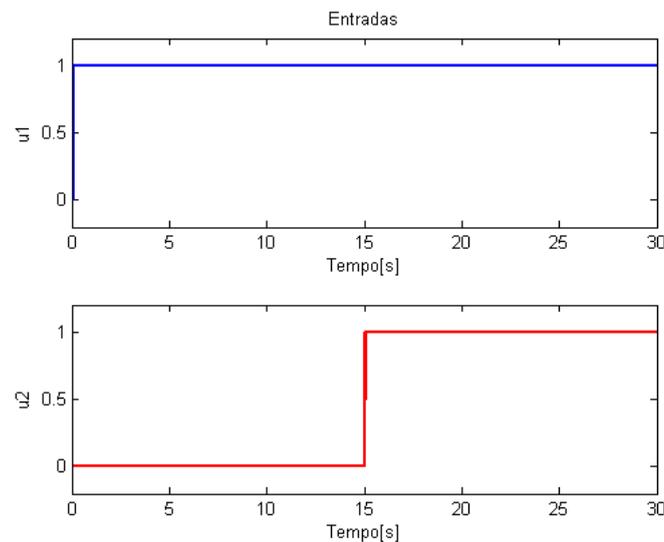


Figura 14: Sinais de entrada degrau unitário para coleta de dados em malha aberta

Com esta entrada, a saída do sistema corrompida por ruído branco é apresentada na Figura 15. É possível observar que tanto na primeira saída y_1 quanto na segunda y_2 , o acoplamento entre as malhas do sistema é grande. Por exemplo, o degrau aplicado na entrada u_2 que tem influência na segunda saída, também gera uma mudança notável em y_1 .

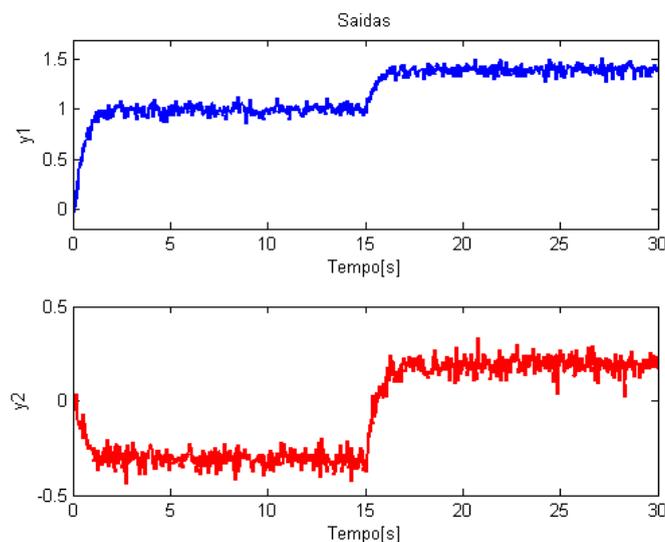


Figura 15: Saídas do sistema em malha aberta com entrada degrau unitário

No segundo teste, dois sinais PRBS diferentes foram aplicadas simultaneamente nas duas entradas do processo, como é observado na Figura 16

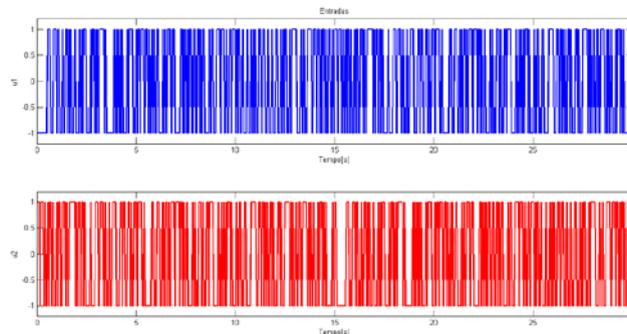


Figura 16: Sinais de entrada PRBS para coleta de dados em malha aberta

e suas respectivas saídas são mostradas na Figura 17

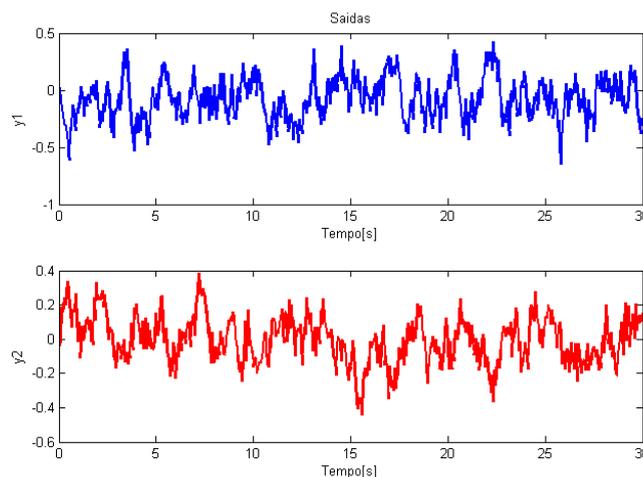


Figura 17: Saídas do sistema em malha aberta com entrada PRBS

No total foram utilizadas 1200 amostras por cada conjunto de dados de saída e entrada, ou seja, 600 amostras para a entrada u_1 e 600 para a entrada u_2 , e da mesma forma para o conjunto de dados de saída em cada experimento.

5.2.3.1 Caso I - Método Apresentado na Literatura

Nesta abordagem é implementado o método da literatura descrito no capítulo anterior, na seção 4.3. Em (NAKAMOTO, 2004) é proposta a utilização de um filtro dado por uma matriz igual ao modelo de referência, a qual modifica a função custo a fim de evitar o cálculo de $T_d^{-1}(q)$ e minimizar o efeito do ruído. Neste caso, os parâmetros do controlador são obtidos a partir da minimização de uma "nova" função custo, conforme (65).

Na Tabela 3 são apresentados os ganhos (P) estimados com esta metodologia para os dois tipo de sinal de entrada $u(t)$, e os ganhos dados pelo controlador ideal C_d :

Tabela 3: Parâmetros do controlador caso I

Estimativa(P)	VRFT(1)/Degrau	VRFT(2)/PRBS	C_d
k_{p11}	0.5676	0.7196	0.76
k_{r11}	0.0804	0.0773	0.08
k_{p12}	0.1137	-0.253	-2.434
k_{r12}	-0.2555	-0.2576	-0.256
k_{p21}	0.4354	1.2131	0.475
k_{r21}	0.0508	0.0321	0.05
k_{p22}	-0.0472	3.5115	6.085
k_{r22}	0.64	0.6259	0.64

Observa-se que as estimativas proporcionais k_{p12} e k_{p22} no VRFT (1), bem com k_{p12} , k_{p21} e k_{p22} no VRFT(2), são muito diferentes das estimativas ideais. O que faz com que a resposta em malha fechada do sistema com controlador não fique tão similar à resposta dada pelo modelo de referência e esse resultado pode ser apreciado na Figura 18.

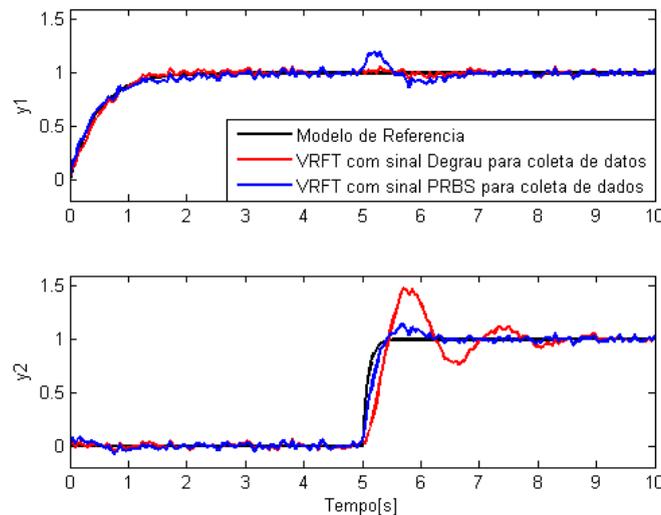


Figura 18: Resultado do caso I com ruído: Resposta em malha fechada com controlador para dois tipos de sinal $u(t)$: Degrau e PRBS e o modelo de referência $T_{d2}(q)$.

Neste caso os valores do custo obtidos para as duas respostas em malha fechada são $J_2^{MR}(1) = 3.9093$ para VRFT(1) e $J_2^{MR}(2) = 0.8944$ para VRFT(2), o que evidencia numericamente a melhoria no desempenho da metodologia quando um sinal PRBS é utilizado na coleta dos dados. Um novo teste foi realizado a fim de avaliar as propriedades estatísticas da estimativa do controlador. Neste caso, 200 simulações Monte Carlo foram realizadas. Na Figura 19 é apresentada a distribuição das estimativas no caso em que as entradas do vetor $u(t)$ foram dois sinais degrau. Cada resultado de simulação é marcado como \circ , os valores médios destes parâmetros assinalados como $*$ e os parâmetros ideais marcados como $+$.

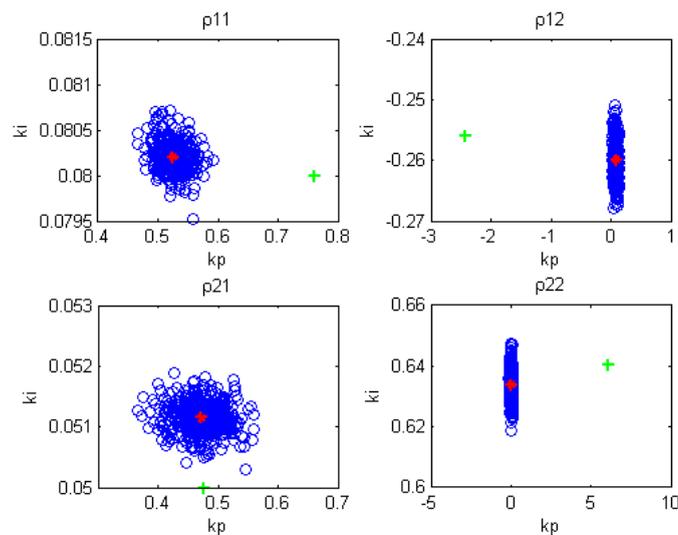


Figura 19: Distribuição dos parâmetros estimados no caso I, utilizando sinais degrau como entrada $u(t)$

Além disso, a distribuição de parâmetros mostrada na Figura 32 apresenta as estimativas no caso em que as entradas do vetor $u(t)$ foram dois sinais PRBS. Cada resultado experimental é marcado como \circ , os valores médios destes parâmetros assinalados como $*$ e os parâmetros ideais marcados como $+$.

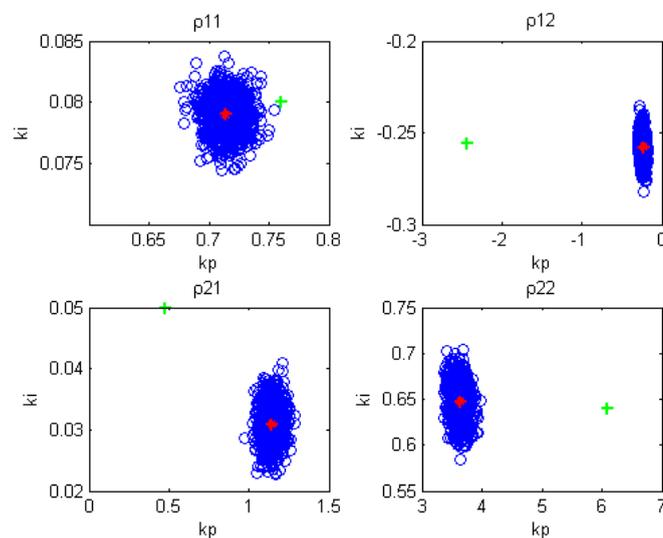


Figura 20: Distribuição dos parâmetros estimados no caso I, utilizando sinais PRBS como entrada $u(t)$

Tanto nas distribuições da Figura 31 como da Figura 32, observa-se que as estimativas obtidas são polarizadas, já que os valores calculados não correspondem aos valores do controlador ideal. O que permite concluir que o melhor resultado com este método não vai fazer com que a resposta do sistema seja igual à resposta desejada dada pelo modelo de referência.

Na Tabela 4 são apresentados os ganhos médios calculados com esta metodologia para os dois tipo de sinal de entrada $u(t)$, e os ganhos dados pelo controlador ideal C_d :

Tabela 4: Parâmetros médios do controlador caso I

Estimativa(P)	VRFT(1)/Degrau	VRFT(2)/PRBS	C_d
k_{p11}	0.5251	0.7139	0.76
k_{f11}	0.0802	0.079	0.08
k_{p12}	0.0797	-0.2355	-2.434
k_{f12}	-0.2599	-0.2579	-0.256
k_{p21}	0.472	1.1424	0.475
k_{f21}	0.0511	0.0309	0.05
k_{p22}	0.0163	3.6296	6.085
k_{f22}	0.6339	0.6476	0.64

Utilizando estas estimativas médias calculadas, os controladores resultantes são dados por:

$$C_1(q) = \begin{bmatrix} \frac{0.6053-0.5251q^{-1}}{1-q^{-1}} & \frac{-0.1802-0.0797q^{-1}}{1-q^{-1}} \\ \frac{0.5231-0.472q^{-1}}{1-q^{-1}} & \frac{0.6502-0.0163q^{-1}}{1-q^{-1}} \end{bmatrix} \quad (106)$$

$$C_2(q) = \begin{bmatrix} \frac{0.7929-0.7139q^{-1}}{1-q^{-1}} & \frac{-0.4934+0.2355q^{-1}}{1-q^{-1}} \\ \frac{1.173-1.142q^{-1}}{1-q^{-1}} & \frac{4.277-3.63q^{-1}}{1-q^{-1}} \end{bmatrix} \quad (107)$$

A fim de ilustrar os resultados obtidos neste experimento, na Figura 33 é mostrada a resposta do sistema em malha fechada com controlador. Utilizando os parâmetros médios calculados para os dois tipo de sinal de entrada $u(t)$ e a comparação com a resposta desejada dada pelo modelo de referência. Observa-se que o desempenho das metodologias muda dependendo do tipo de sinal de entrada $u(t)$, o qual influencia o cálculo das estimativas, diferentemente do caso sem ruído, onde um sinal degrau é suficiente para encontrar os parâmetros do controlador.

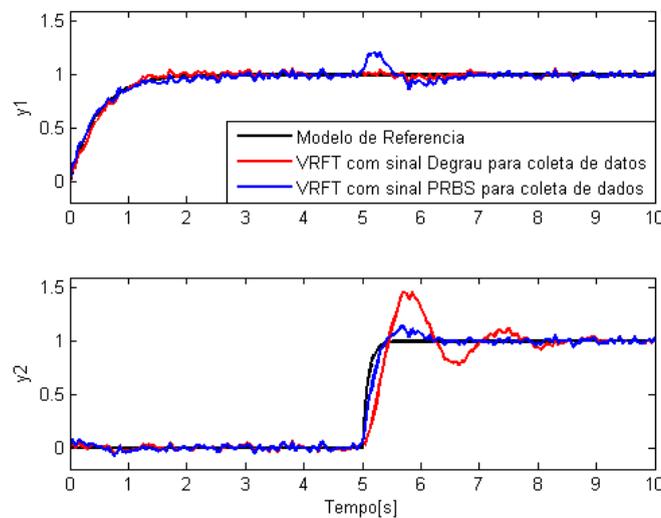


Figura 21: Resposta do sistema em malha fechada com o controlador médio para dois tipos de sinal $u(t)$ para coleta dos dados e o modelo de referência $T_{d2}(q)$.

Neste caso os valores do custo obtidos para as duas respostas em malha fechada são $J_2^{MR}(1) = 3.7435$ para VRFT(1) e $J_2^{MR}(2) = 0.8693$ para VRFT(2), o que evidencia numericamente a melhoria no desempenho da metodologia quando um sinal PRBS é utilizado na coleta dos dados.

5.2.3.2 Caso II - Método Proposto com Variável Instrumental

Nesta abordagem é implementado o método proposto sem filtro descrito na seção 4.4.3, para obter os parâmetros do controlador. Adicionalmente é utilizada a variável instrumental apresentada em (94), na qual um experimento adicional com a mesma entrada é utilizado em cada cálculo a fim de obter uma estimativa não-polarizada dos parâmetros de controle.

Na Tabela 5 são apresentados os ganhos estimados com esta metodologia para os dois tipos de sinal de entrada $u(t)$, e os ganhos dados pelo controlador ideal C_d :

Tabela 5: Parâmetros do controlador caso II

Estimativa(P)	VRFT(1)/Degrau	VRFT(2)/PRBS	C_d
k_{p11}	-0.257	0.7635	0.76
k_{r11}	0.0752	0.0778	0.08
k_{p12}	0.5741	-2.399	-2.434
k_{r12}	-0.2611	-0.3163	-0.256
k_{p21}	0.1107	0.4738	0.475
k_{r21}	0.0567	0.0238	0.05
k_{p22}	0.0516	6.3749	6.085
k_{r22}	0.6203	0.544	0.64

Observa-se que as estimativas k_{p11} , k_{p12} e k_{p22} no VRFT(1) têm uma notável diferença com relação às estimativas ideais. Todos os parâmetros correspondentes ao VRFT(2) ficaram muito similares aos parâmetros do controlador ideal. Esta diferença pode ser observada na Figura 22, onde as respostas em malha fechada são apresentadas.

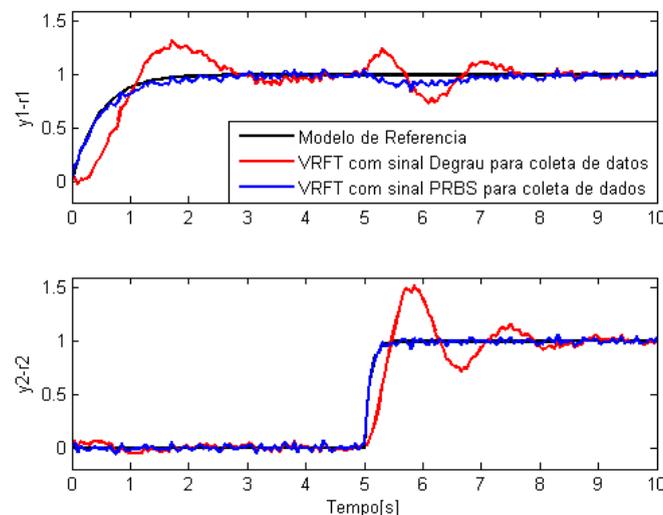


Figura 22: Resultado do caso II com ruído: Resposta em malha fechada para dois tipos de sinal $u(t)$ para coleta de dados e o modelo de referência T_{d2} .

Neste caso os valores do custo obtidos para as duas respostas em malha fechada são $J_2^{MR}(1) = 6.243$ para VRFT(1) e $J_2^{MR}(2) = 0.1999$ para VRFT(2).

Similar ao caso anterior, um novo teste foi realizado a fim de avaliar as propriedades estatísticas da estimativa do controlador. Neste caso, 200 simulações Monte Carlo foram realizadas. Na Figura 23 e apresentada a distribuição das estimativas no caso em que as entradas do vetor $u(t)$ foram dois sinais degrau. Cada resultado experimental é marcado como \circ , os valores médios destes parâmetros assinalados como $*$ e os parâmetros ideais marcados como $+$.

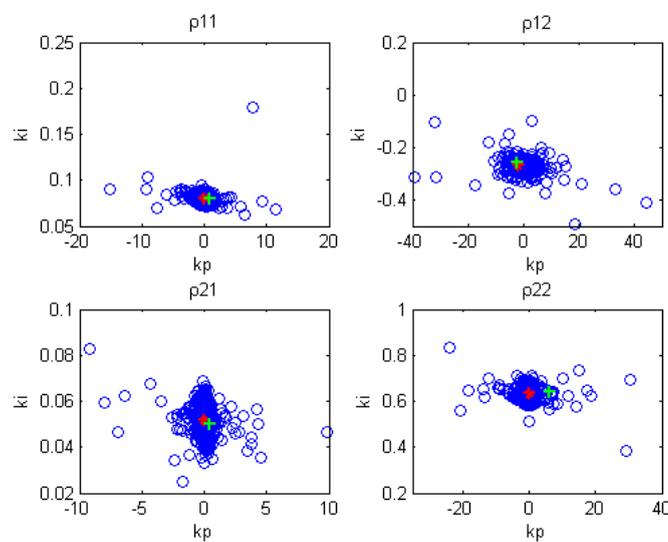


Figura 23: Distribuição dos parâmetros estimados no caso II, utilizando sinais degrau como entrada $u(t)$.

Observa-se na Figura 23 que a polarização entre as estimativas calculadas e os parâmetros ideais diminuiu consideravelmente comparado com o método da literatura, já que esta diferença é apenas marcante no controlador C_{22} .

A distribuição de parâmetros mostrado na Figura 24 apresenta as estimativas no caso em que as entradas do vetor $u(t)$ foram dois sinais PRBS. Cada resultado experimental é marcado como \circ , os valores médios destes parâmetros assinalados como $*$ e os parâmetros ideais marcados como $+$.

Através das distribuições da Figura 24 é possível concluir que não existe polarização entre os parâmetros calculados e os parâmetros ideais, diferentemente do caso da literatura, já que as estimativas médias estão sobrepostas às estimativas do controlador ideal. Os sinais de entrada empregados para coletar os dados tem uma grande influência na obtenção das estimativas. O sinal PRBS é mais excitante e permite obter controladores com menos variância. A comparação entre os parâmetros médios é mostrada na Tabela 6

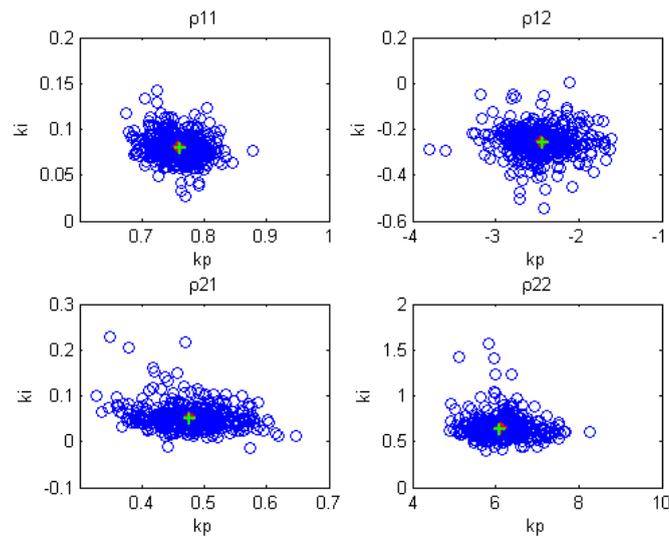


Figura 24: Distribuição dos parâmetros estimados no caso II, utilizando sinais PRBS como entrada $u(t)$

Tabela 6: Parâmetros médios do controlador caso II

Estimativa(P)	VRFT(1)/Degrau	VRFT(2)/PRBS	C_d
k_{p11}	0.046	0.7583	0.76
k_{i11}	0.0805	0.0808	0.08
k_{p12}	-1.8335	-2.4493	-2.434
k_{i12}	-0.269	-0.2555	-0.256
k_{p21}	-0.0238	0.4769	0.475
k_{i21}	0.0516	0.0532	0.05
k_{p22}	0.1599	6.1243	6.085
k_{i22}	0.6338	0.6526	0.64

Utilizando estas estimativas médias, os controladores resultantes são dados por:

$$C_1(q) = \begin{bmatrix} \frac{0.1265 - 0.046q^{-1}}{1 - q^{-1}} & \frac{-2.103 + 1.833q^{-1}}{1 - q^{-1}} \\ \frac{0.0278 + 0.0238q^{-1}}{1 - q^{-1}} & \frac{0.7937 - 0.1599q^{-1}}{1 - q^{-1}} \end{bmatrix} \quad (108)$$

$$C_2(q) = \begin{bmatrix} \frac{0.8391 - 0.7583q^{-1}}{1 - q^{-1}} & \frac{-2.705 + 2.449q^{-1}}{1 - q^{-1}} \\ \frac{0.5301 - 0.4769q^{-1}}{1 - q^{-1}} & \frac{6.777 - 6.124q^{-1}}{1 - q^{-1}} \end{bmatrix} \quad (109)$$

As respostas do sistema em malha fechada que ilustram os resultados obtidos neste experimento são apresentadas na Figura 25. Utilizando os parâmetros médios calculados para os dois tipos de sinal de entrada $u(t)$ e a comparação com a resposta desejada dada pelo modelo de referência.

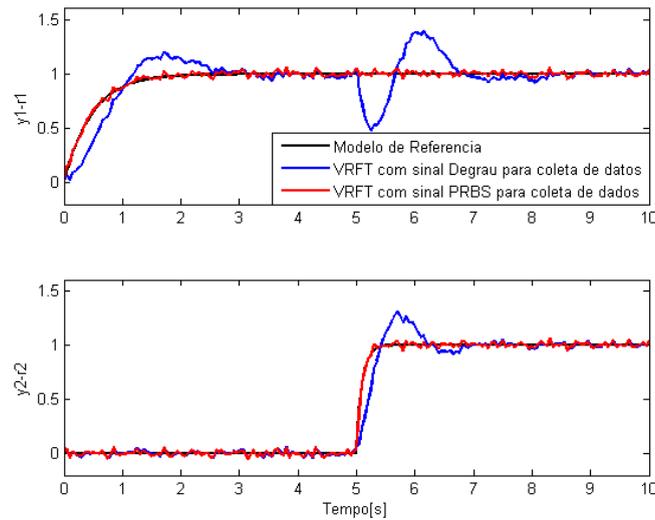


Figura 25: Resposta do sistema em malha fechada com o controlador médio, para dois tipos de sinal para coleta de dados, e o modelo de referência T_{d2} .

Neste caso os valores do custo obtidos para as duas respostas em malha fechada são $J_2^{MR}(1) = 6.243$ para VRFT(1) e $J_2^{MR}(2) = 0.1999$ para VRFT(2). Observe as diferenças entre os desempenhos obtidos com os dois controladores, enquanto a resposta dada pelo controlador 1 ($u(t) = \text{degrau}$) apresenta oscilações e tempo de acomodação maior, o desempenho em malha fechada para o controlador 2 ($u(t) = \text{PRBS}$) é muito semelhante à resposta desejada. O resultado obtido com o controlador 1 é esperado, já que a melhoria do método proposto sem filtro garante a efetividade somente em sistemas sem ruído. Por outro lado, no caso do controlador 2, em que os resultados obtidos foram semelhantes à resposta desejada, é possível concluir que em processos com ruído, o tipo de sinal empregado para coletar os dados têm influência direta nas estimativas dos controladores calculados. No entanto, este desempenho pode ser ainda melhorado: isto é feito através da implementação do algoritmo proposto com filtro.

5.2.3.3 Caso III - Método Proposto com Variável Instrumental e Filtro Adequado

Nesta abordagem é implementado o método proposto com a inserção do filtro $L(q)$ como foi descrito no capítulo anterior, na seção 4.4.4. Na metodologia introduzida por (NAKAMOTO, 2004) esta estrutura é sempre igual ao modelo de referência. Embora o algoritmo proposto forneça liberdade na escolha do filtro, esta estrutura será igual ao modelo de referência a fim de comparar estes resultados com o caso I (método da literatura). Adicionalmente uma variável instrumental é implementada, na qual um experimento adicional com a mesma entrada é realizado em cada cálculo a fim de gerar uma estimativa não-polarizada dos parâmetros de controle.

$$L(q) = \begin{bmatrix} \frac{0.1z^{-1}}{1-0.9z^{-1}} & 0 \\ 0 & \frac{0.4z^{-1}}{1-0.6z^{-1}} \end{bmatrix}. \quad (110)$$

Na Tabela 7 são apresentados os ganhos estimados com esta metodologia para os dois tipo de sinal de entrada $u(t)$, e os ganhos dados pelo controlador ideal C_d :

Tabela 7: Parâmetros do controlador caso III

Estimativa(P)	VRFT(1)/Degrau	VRFT(1)/PRBS	C_d
k_{p11}	0.8917	0.7468	0.76
k_{r11}	0.0825	0.078	0.08
k_{p12}	-2.3653	-2.5387	-2.434
k_{r12}	-0.2599	-0.2724	-0.256
k_{p21}	0.8842	0.5282	0.475
k_{r21}	0.0588	0.0282	0.05
k_{p22}	1.7258	6.5403	6.085
k_{r22}	0.612	0.5242	0.64

Com estes parâmetros a resposta do sistema com controlador é apresentada na Figura 26. Observa-se que o controlador 2 ($u(t) = PRBS$) apresenta um melhor desempenho, ou seja, uma resposta bem parecida à resposta dada pelo modelo de referência. No caso do controlador 1 ($u(t) = Degrau$), a inclusão do filtro no algoritmo gera uma melhoria no resultado comparado com a resposta mostrada na Figura 22, correspondente ao caso II com igual tipo de entrada.

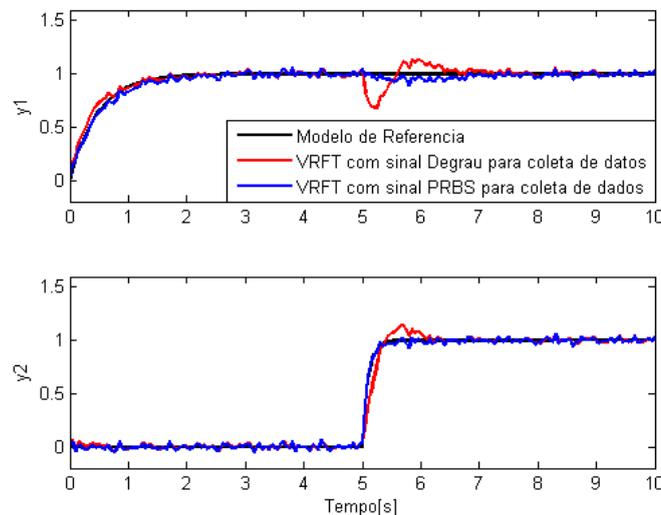


Figura 26: Resultado do caso II com ruído: Resposta em malha fechada com controlador para dois tipos de sinal $u(t)$: Degrau e PRBS e o modelo de referência $T_{d2}(q)$.

Neste caso os valores do custo obtidos para as duas respostas em malha fechada são $J_2^{MR}(1) = 0.2186$ para VRFT(1) e $J_2^{MR}(2) = 0.325$ para VRFT(2). Observa-se que a diferença entre os custos das duas respostas diminuiu consideravelmente, diferentemente dos dois casos anteriores.

Duzentas simulações de Monte Carlo foram realizadas para obter as propriedades estatísticas da estimativa. Esta distribuição de parâmetros é mostrado na Figura 27, no caso em que a entrada $u(t)$ utilizada para a coleta dos dados foi um sinal degrau. Cada resultado experimental é marcado como \circ , os valores médios destes parâmetros assinalados como $*$ e os parâmetros ideais marcados como $+$.

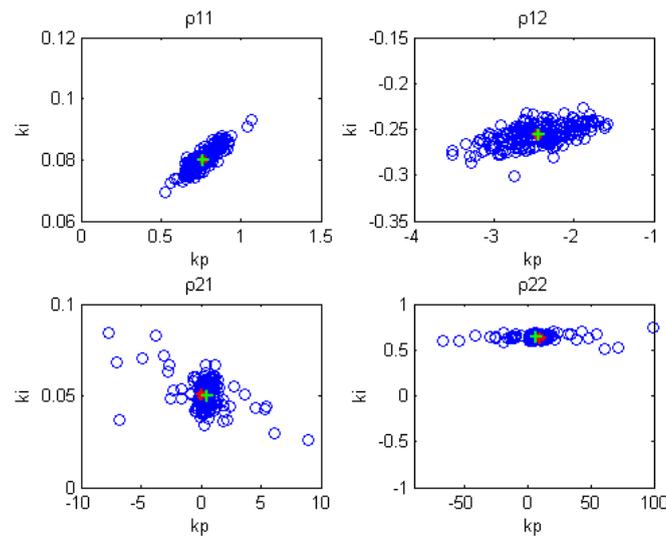


Figura 27: Distribuição dos parâmetros estimados no caso III, utilizando sinais degrau como entrada $u(t)$. Note que os valores médios * correspondem aos parâmetros ideais +.

A distribuição de parâmetros mostrado na Figura 28 apresenta as estimativas no caso em que as entradas do vetor $u(t)$ foram dois sinais PRBS. Cada resultado experimental é marcado como \circ , os valores médios destes parâmetros assinalados como * e os parâmetros ideais marcados como +.

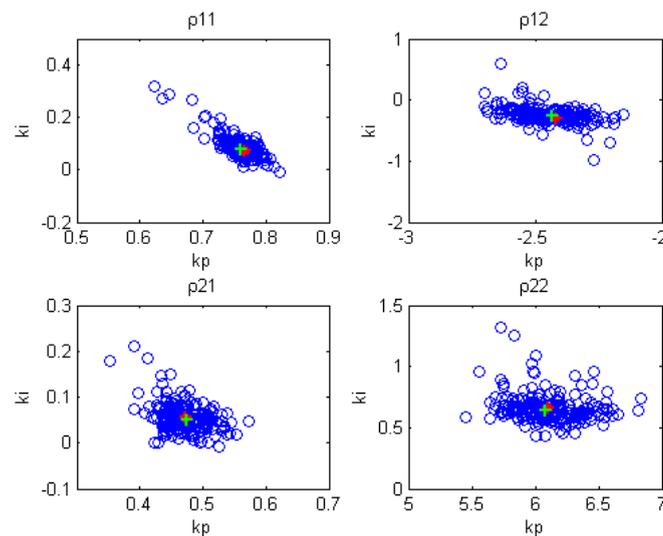


Figura 28: Distribuição dos parâmetros estimados no caso III, utilizando sinais PRBS como entrada $u(t)$. Note que os valores médios * correspondem aos parâmetros ideais +.

As estimativas médias calculadas, são apresentados na Tabela 8, para os dois tipo de sinal de entrada $u(t)$, e os ganhos dados pelo controlador ideal C_d .

Tabela 8: Parâmetros do controlador no caso III

Estimativa(P)	VRFT(1)/Degrau	VRFT(2)/PRBS	C_d
k_{p11}	0.7627	0.7672	0.76
k_{r11}	0.0801	0.0725	0.08
k_{p12}	-2.456	-2.4196	-2.434
k_{r12}	-0.2561	-0.3046	-0.256
k_{p21}	0.0151	0.4724	0.475
k_{r21}	0.0505	0.0549	0.05
k_{p22}	9.8964	6.1036	6.085
k_{r22}	0.6288	0.661	0.64

Utilizando estas estimativas médias calculadas, os controladores que devem ser aplicados ao sistema são dados por:

$$C_1(q) = \begin{bmatrix} \frac{0.8428-0.7627q^{-1}}{1-q^{-1}} & \frac{-2.712+2.456q^{-1}}{1-q^{-1}} \\ \frac{0.0656-0.0151q^{-1}}{1-q^{-1}} & \frac{10.53-9.896q^{-1}}{1-q^{-1}} \end{bmatrix} \quad (111)$$

$$C_2(q) = \begin{bmatrix} \frac{0.8397-0.7672q^{-1}}{1-q^{-1}} & \frac{-2.724+2.42q^{-1}}{1-q^{-1}} \\ \frac{0.5273-0.4724q^{-1}}{1-q^{-1}} & \frac{6.765-6.104q^{-1}}{1-q^{-1}} \end{bmatrix} \quad (112)$$

O efeito da inclusão do filtro é facilmente observado, já que as estimativas com os dois sinais de entrada resultaram em uma melhoria no desempenho do sistema em malha fechada como é apresentado na Figura 37 utilizando os parâmetros médios calculados para os dois tipo de sinal de entrada $u(t)$ e a comparação com a resposta desejada dada pelo modelo de referência.

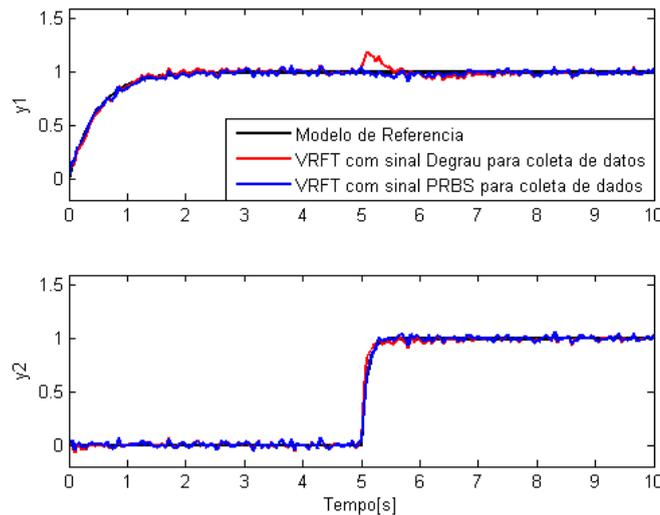


Figura 29: Resposta do sistema em malha fechada com controlador para dois tipos de sinais para coleta dos dados e o modelo de referência $T_{d2}(q)$.

Neste caso os valor do custo obtido para as duas respostas em malha fechada são $J_2^{MR}(1) = 0.4773$ para VRFT(1) e $J_2^{MR}(2) = 0.1304$ para VRFT(2). Nos casos anteriores foi visto que diferentes sinais de entrada $u(t)$ influenciam no desempenho obtido

através da sintonia multivariável, porém esta influência é consideravelmente diminuída no caso da implementação do método proposto com o filtro que permite obter melhores estimativas em sistemas com ruído.

Na tabela (9) é mostrado o valor do custo J_2^{MR} para cada exemplo apresentado nos casos I, II e III. Note que este valor foi calculado a partir dos resultados obtidos com os parâmetros médios. Onde $J_2^{MR}(1)$ corresponde aos custos para o caso I (Metodologia da literatura), enquanto $J_2^{MR}(2)$ e $J_2^{MR}(3)$ apresentam os custos da metodologia proposta, sem filtro e com filtro respectivamente.

Tabela 9: Valores da função custo para as estimativas medias obtidas através das três metodologias

$u(t)$	$J_2^{MR}(1)$	$J_2^{MR}(2)$	$J_2^{MR}(3)$
Degrau	3.7435	6.243	0.4773
PRBS	0.8693	0.1999	0.1304

Através do cálculo dos custos observa-se que o melhor desempenho é dado quando o filtro é implementado, superando o desempenho da metodologia existente. Além disso, a influência nos resultados dada pelo sinal de entrada é notória nos casos I e II, enquanto no caso III esta diferença é consideravelmente diminuída.

5.2.4 Caso sem condições ideais

Similar ao caso 5.2.3, nestes exemplos o objetivo do projeto é encontrar as estimativas do controlador, considerando que a saída do processo (95) está corrompida por ruído branco, com variância de $\sigma_e^2 = 0.002$ nas duas saídas. O modelo de referência escolhido é igual ao dado por (102), ou seja, uma matriz diagonal com elementos diferentes. Por conseguinte, o controlador ideal é uma matriz completa com estrutura PI como apresentada em (103).

Diferentemente dos três exemplos anteriores, a estrutura do controlador escolhida neste caso é uma matriz descentralizada com todos os elementos do tipo PI. Com esta escolha na estrutura do controlador as condições ideais não são mantidas, isto é, a classe do controlador escolhido não contém a classe do controlador ideal $C_d(q) \notin C$. Isto significa que a melhor estimativa obtida através dos algoritmos não faz com que a resposta em malha fechada do sistema seja igual à resposta desejada dada pelo modelo de referência. Porém, é realizada uma comparação para avaliar qual método apresenta um resultado mais próximo do desejado.

Similar ao caso anterior foram utilizadas dois sinais diferentes na coleta dos dados: um sinal degrau e um sinal PRBS. No total foram utilizadas 1200 amostras por cada conjunto de dados de saída e entrada, ou seja, 600 amostras para a entrada u_1 e 600 para a entrada u_2 , e da mesma forma para o conjunto de dados de saída em cada experimento.

5.2.4.1 Caso I - Método Apresentado na Literatura

Nesta abordagem é implementado o método da literatura (NAKAMOTO, 2004) descrito na seção 4.3. Na Tabela 10 são apresentados os ganhos (P) estimados com esta metodologia para os dois tipo de sinal de entrada $u(t)$:

Tabela 10: Parâmetros do controlador caso I

Estimativa(P)	VRFT(1)/Degrau	VRFT(2)/PRBS
k_{p11}	0.8317	0.7968
k_{i11}	0.0809	0.0909
k_{p12}	0	0
k_{i12}	0	0
k_{p21}	0	0
k_{i21}	0	0
k_{p22}	0.3295	3,3325
k_{i22}	0.5374	0.5117

Observa-se que as estimativas proporcionais k_{p22} no VRFT (1) e VRFT(2), são muito diferentes das estimativas ideais. Na Figura 30 é apresentada a resposta em malha fechada do sistema com os controladores obtidos, apesar de ter sido projetada uma estrutura de controle diferente à ideal a resposta do sistema é satisfatória. Porém, este controle não consegue atenuar a alta interação entre as malhas do sistema. Além disso, o resultado utilizando um sinal PRBS para a coleta dos dados apresenta melhor desempenho que ao utilizar um sinal Degrau.

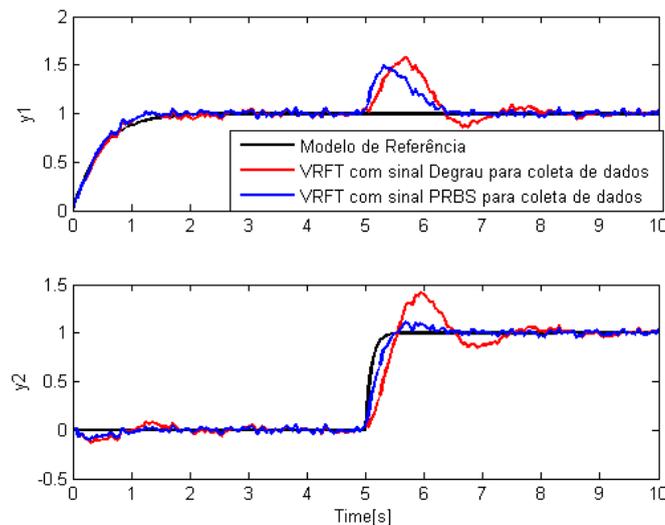


Figura 30: Resultado do caso I sem condições ideais: Resposta em malha fechada com controlador para dois tipos de sinal $u(t)$: Degrau e PRBS e o modelo de referência $T_{d2}(q)$.

Neste caso os valores do custo obtidos para as duas respostas em malha fechada são $J_2^{MR}(1) = 7.6783$ para VRFT(1) e $J_2^{MR}(2) = 3.2193$ para VRFT(2), o que confere numericamente o resultado obtido na Figura 30, evidenciando a melhoria no desempenho da metodologia quando um sinal PRBS é utilizado na coleta dos dados.

Um novo teste foi realizado a fim de avaliar as propriedades estatísticas da estimativa do controlador. Neste caso, 200 simulações Monte Carlo foram realizadas. Na Figura 31 é apresentada a distribuição das estimativas no caso em que as entradas do vetor $u(t)$ foram dois sinais degrau. Cada resultado da simulação é marcado como \circ e os valores médios destes parâmetros assinalados como $*$.

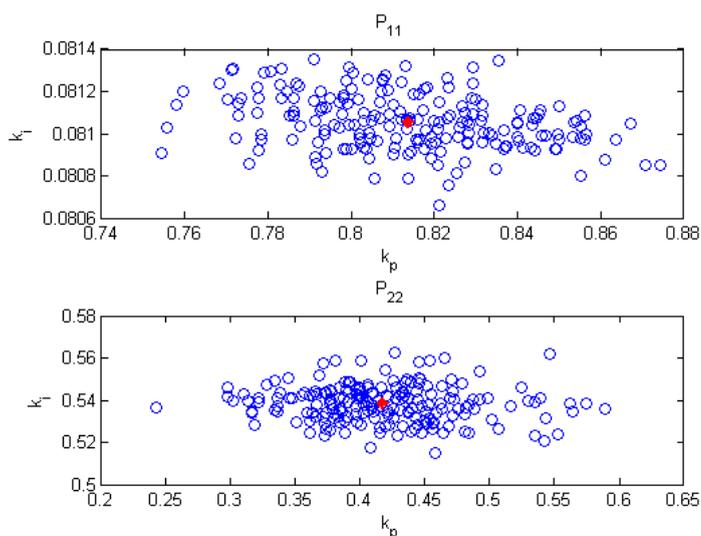


Figura 31: Distribuição dos parâmetros estimados no caso I, utilizando sinais degrau como entrada $u(t)$

Além disso, a distribuição de parâmetros mostrada na Figura 32 apresenta as estimativas no caso em que as entradas do vetor $u(t)$ foram dois sinais PRBS. Cada resultado experimental é marcado como \circ , os valores médios destes parâmetros assinalados como $*$ e os parâmetros ideais marcados como $+$.

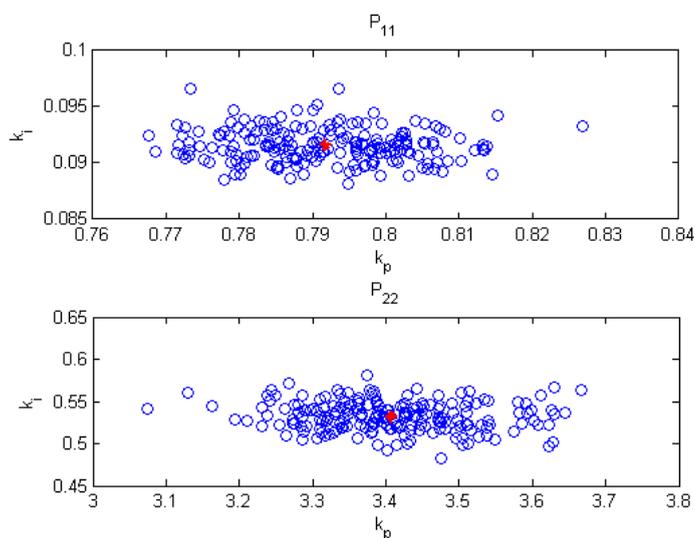


Figura 32: Distribuição dos parâmetros estimados no caso I, utilizando sinais PRBS como entrada $u(t)$

Na Tabela 11 são apresentados os ganhos médios calculados com esta metodologia para os dois tipo de sinal de entrada $u(t)$:

Tabela 11: Parâmetros médios do controlador caso I

Estimativa(P)	VRFT(1)/Degrau	VRFT(2)/PRBS
k_{p11}	0.8137	0.7918
k_{i11}	0.0811	0.0916
k_{p12}	0	0
k_{i12}	0	0
k_{p21}	0	0
k_{i21}	0	0
k_{p22}	0.4168	3.4069
k_{i22}	0.5383	0.5322

Utilizando estas estimativas médias calculadas, os controladores resultantes são dados por:

$$C_1(q) = \begin{bmatrix} \frac{0.8947-0.8137q^{-1}}{1-q^{-1}} & 0 \\ 0 & \frac{0.9551-0.4168q^{-1}}{1-q^{-1}} \end{bmatrix} \quad (113)$$

$$C_2(q) = \begin{bmatrix} \frac{0.8833-0.7918q^{-1}}{1-q^{-1}} & 0 \\ 0 & \frac{3.939-3.407q^{-1}}{1-q^{-1}} \end{bmatrix} \quad (114)$$

A fim de ilustrar os resultados obtidos neste experimento, na Figura 33 é mostrada a resposta do sistema em malha fechada com controlador. Utilizando os parâmetros médios calculados para os dois tipos de sinal de entrada $u(t)$ e a comparação com a resposta desejada dada pelo modelo de referência. Novamente o desempenho das metodologias muda dependendo do tipo de sinal de entrada $u(t)$, o qual influencia o cálculo das estimativas.

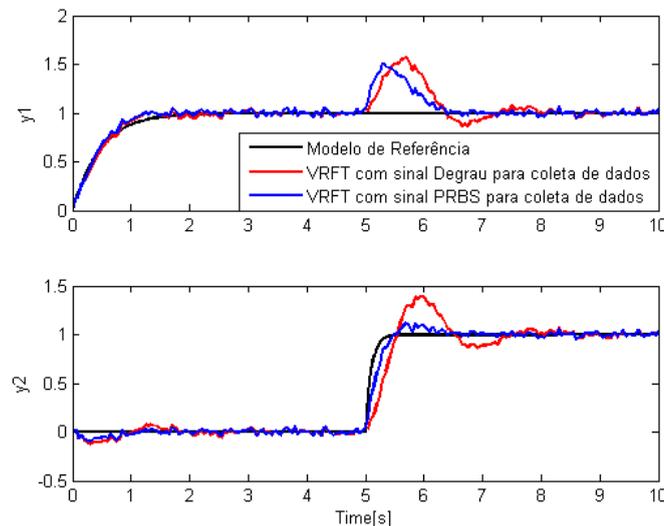


Figura 33: Resposta do sistema em malha fechada com o controlador médio para dois tipos de sinal $u(t)$ para coleta dos dados e o modelo de referência $T_{d2}(q)$.

5.2.4.2 Caso II - Método Proposto com Variável Instrumental e Filtro Adequado

Nesta abordagem é implementado o método proposto com a inserção do filtro $L(q)$ como foi descrito na seção 4.4.2. Adicionalmente uma variável instrumental é implementada, na qual um experimento adicional com a mesma entrada é realizado em cada cálculo

a fim de gerar uma estimativa não-polarizada dos parâmetros de controle. Embora o algoritmo proposto forneça liberdade na escolha do filtro, esta estrutura será igual ao modelo de referência a fim de comparar estes resultados com o caso I.

$$L(q) = \begin{bmatrix} \frac{0.1z^{-1}}{1-0.9z^{-1}} & 0 \\ 0 & \frac{0.4z^{-1}}{1-0.6z^{-1}} \end{bmatrix}. \quad (115)$$

Na Tabela 12 são apresentados os ganhos estimados com esta metodologia para os dois tipo de sinal de entrada $u(t)$:

Tabela 12: Parâmetros do controlador caso II

Estimativa(P)	VRFT(1)/Degrau	VRFT(2)/PRBS
k_{p11}	1,1847	0.8927
k_{i11}	0.0804	0.0901
k_{p12}	0	0
k_{i12}	0	0
k_{p21}	0	0
k_{i21}	0	0
k_{p22}	6,0298	5,4744
k_{i22}	0.4971	0.5459

Com esses parâmetros a resposta do sistema com controlador é apresentada na Figura 34. Observa-se que neste caso o sinal utilizado na coleta dos dados não influencia de forma relevante as estimativas calculadas já que as respostas em malha fechada são muito similares e os parâmetros calculados ficaram muito próximos. Similar ao caso I é observado como os controladores calculados não conseguem atenuar por completo a interação entre as malhas do sistema, um resultado esperado considerando a estrutura de controle escolhida (descentralizada). E finalmente é possível concluir que o desempenho da metodologia é satisfatório mesmo quando as condições ideais não são mantidas.

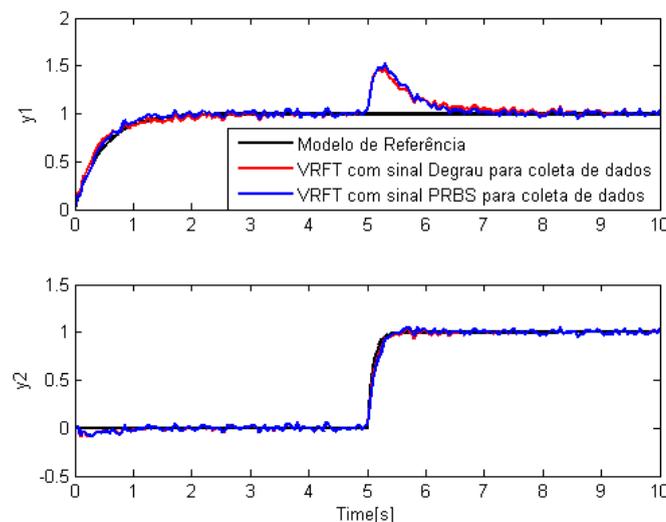


Figura 34: Resultado do caso II sem condições ideais: Resposta em malha fechada com controlador para dois tipos de sinal $u(t)$: Degrau e PRBS e o modelo de referência $T_{d2}(q)$.

Neste caso os valores do custo obtidos para as duas respostas em malha fechada são $J_2^{MR}(1) = 2.3897$ para VRFT(1) e $J_2^{MR}(2) = 2.6529$ para VRFT(2). Diferentemente dos casos anteriores, o tipo de sinal utilizado não influenciou significativamente o cálculo das estimativas, senão que o desempenho nos dois casos foi muito parecido.

Duzentas simulações de Monte Carlo foram realizadas para obter as propriedades estatísticas da estimativa. Esta distribuição de parâmetros é mostrada na Figura 35, no caso em que a entrada $u(t)$ utilizada para a coleta dos dados foi um sinal degrau. Cada resultado experimental é marcado como \circ e os valores médios destes parâmetros assinalados como $*$.

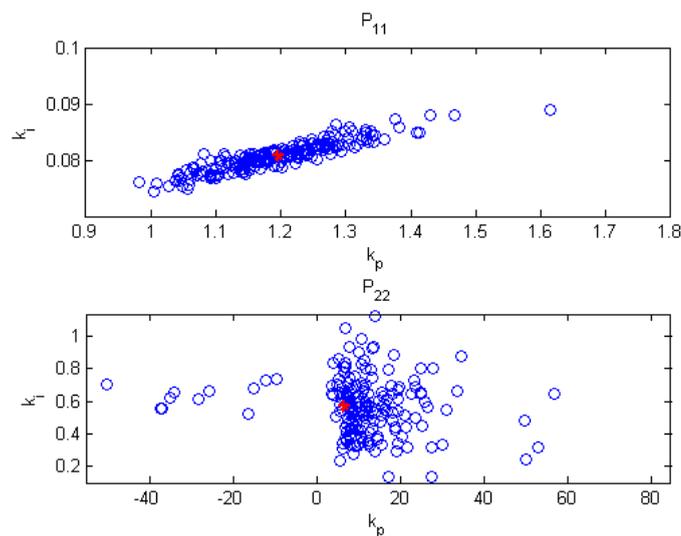


Figura 35: Distribuição dos parâmetros estimados no caso II sem condições ideais. utilizando sinais degrau como entrada $u(t)$

As distribuições do segundo controlador P_{22} na Figura (35) apresentam uma variância maior comparada com as distribuições do caso anterior, isto se traduz em maior número de estimativas afastadas dos parâmetros médios.

Na Figura 36 são apresentadas as estimativas no caso em que as entradas do vetor $u(t)$ foram dois sinais PRBS. Cada resultado experimental é marcado como \circ , os valores médios destes parâmetros assinalados como $*$.

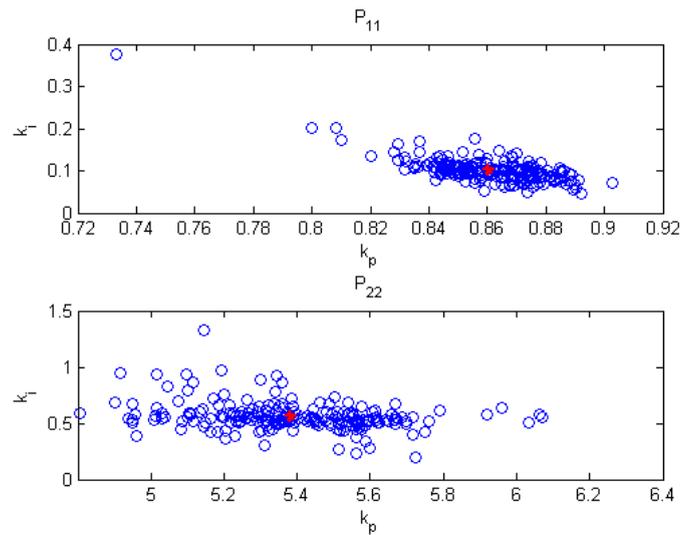


Figura 36: Distribuição dos parâmetros estimados no caso II sem condições ideais, utilizando sinais PRBS como entrada $u(t)$.

Neste caso é possível observar como o cálculo das estimativas utilizando um sinal PRBS consegue diminuir consideravelmente a variância na distribuição dos parâmetros, ou seja, cada resultado experimental ficou mais próximo do resultado médio diferente do caso em que $u(t) = \text{degrau}$. As estimativas médias calculadas, são apresentados na Tabela 13, para os dois tipo de sinal de entrada $u(t)$.

Tabela 13: Parâmetros do controlador no caso III

Estimativa(P)	VRFT(1)/Degrau	VRFT(2)/PRBS
k_{p11}	1,1964	0.8604
k_{i11}	0.0807	0.1017
k_{p12}	0	0
k_{i12}	0	0
k_{p21}	0	0
k_{i21}	0	0
k_{p22}	6,5795	5,3821
k_{i22}	0.5700	0.5604

Utilizando estas estimativas médias calculadas, os controladores que devem ser aplicados ao sistema são dados por:

$$C_1(q) = \begin{bmatrix} \frac{1.277-1.196q^{-1}}{1-q^{-1}} & 0 \\ 0 & \frac{7.15-6.579q^{-1}}{1-q^{-1}} \end{bmatrix} \quad (116)$$

$$C_2(q) = \begin{bmatrix} \frac{0.9621-0.8604q^{-1}}{1-q^{-1}} & 0 \\ 0 & \frac{5.943-5.382q^{-1}}{1-q^{-1}} \end{bmatrix} \quad (117)$$

Na Figura 37 é apresentada a resposta do sistema utilizando os parâmetros médios calculados para os dois tipo de sinal de entrada $u(t)$ e a comparação com a resposta desejada dada pelo modelo de referência.

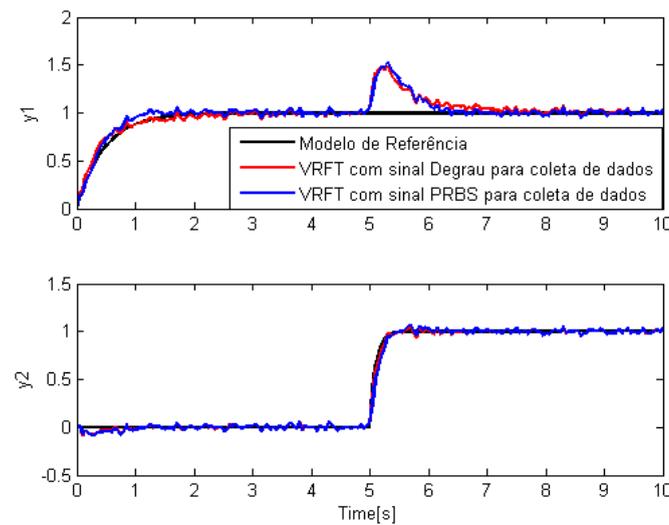


Figura 37: Resposta do sistema em malha fechada com controlador para dois tipos de sinais para coleta dos dados e o modelo de referência T_{d2} .

Nos resultados da seção 5.2.3, utilizando dados com ruído mas sob condições ideais foi visto que diferentes sinais de entrada $u(t)$ influenciam o desempenho obtido através da sintonia multivariável, porém esta diferença de resposta não é significativa nestes resultados, já que as duas respostas ficaram muito próximas e não existe melhoria ao utilizar um sinal PRBS em lugar de um sinal degrau.

Na tabela (14) é mostrado o valor do custo J_2^{MR} para cada exemplo apresentado nos casos I e II. Onde $J_2^{MR}(1)$ corresponde aos custos para o caso I (Metodologia da literatura), enquanto $J_2^{MR}(2)$ apresenta os custos da metodologia proposta com filtro.

Tabela 14: Valores da função custo para as estimativas obtidas através das duas metodologias

$u(t)$	$J_2^{MR}(1)$	$J_2^{MR}(2)$
Degrau	7.6783	2.3897
PRBS	3.2193	2.6529

A primeira conclusão é que o método de controle VRFT multivariável pode ser aplicado em sistemas mantendo ou não as condições ideais, já que os resultados foram satisfatórios em qualquer caso. Por outro lado, através do cálculo dos custos observa-se que o melhor desempenho é dado quando o filtro é implementado, superando o desempenho da metodologia existente. Além disso, a influência nos resultados dado pelo sinal de entrada é relevante somente no caso I (método da literatura), no qual um sinal PRBS melhora as estimativas obtidas, no entanto, no caso II esta diferença não é perceptível, pois o custo é ainda menor quando um sinal degrau foi utilizado. Sendo que um dos objetivos deste trabalho é propor um método sem restrições, os resultados apresentados mostram que a metodologia proposta têm potencial para aplicação a diferentes processos reais.

5.3 Planta de Nível

Considera-se para os próximos testes uma planta multivariável de nível, a qual está constituída por três tanques interconectados, bombas, válvulas e sensores de pressão mostrados na Figura 38.

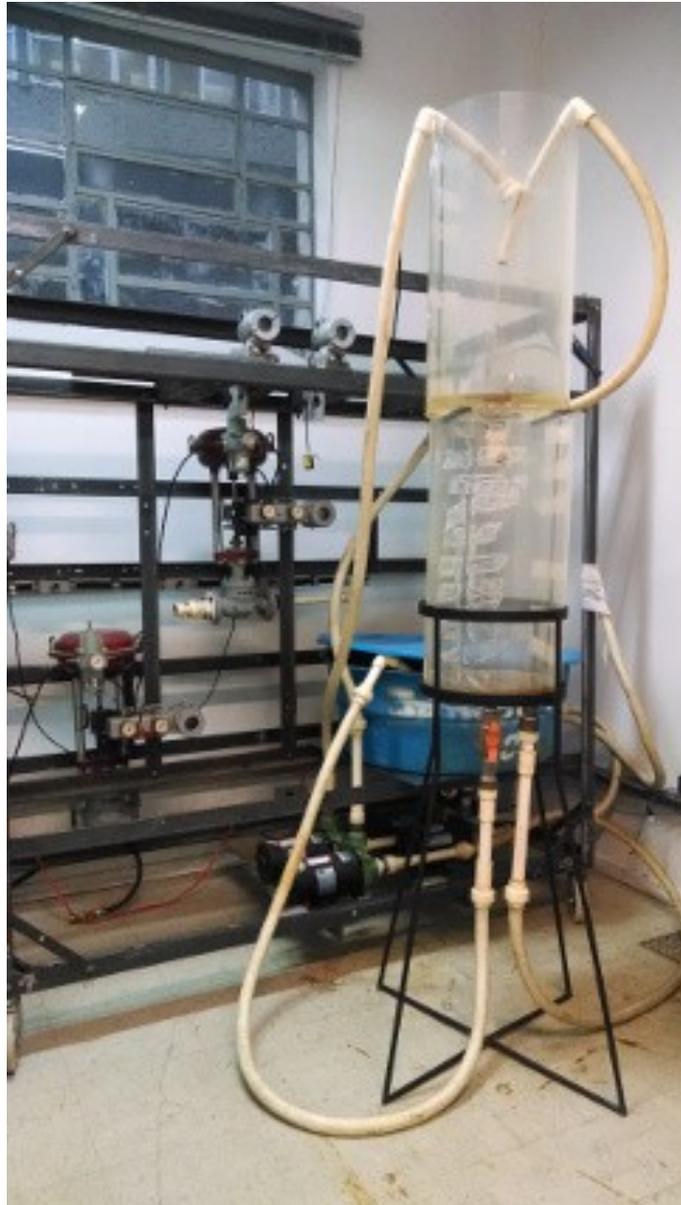


Figura 38: Planta Física

O tanque inferior (azul) possui capacidade de 250 litros, enquanto que os outros dois tanques possuem capacidade de 70 litros cada. As bombas são acionadas por inversores e a potência aplicada pode ser controlada. Dado que o nível de líquido é função da pressão no fundo do tanque, os sensores de pressão são utilizados para medir os níveis dos líquidos nos tanques. Na configuração atual da planta existem duas malhas de controle, as quais podem ser melhor vistas na Figura 39. Neste caso, sendo um experimento multivariável, as configurações utilizadas consistem em manter as velocidades das bombas constantes e fazer o controle atuando na abertura das válvulas V_1 e V_2 (ECKHARD; SCHAF; GOMES DA SILVA, 2006). Será implementada a técnica de sintonia de controladores baseado em

referência virtual (VRFT) proposta para controlar o nível do tanque superior (tanque_1) e intermediário (tanque_2).

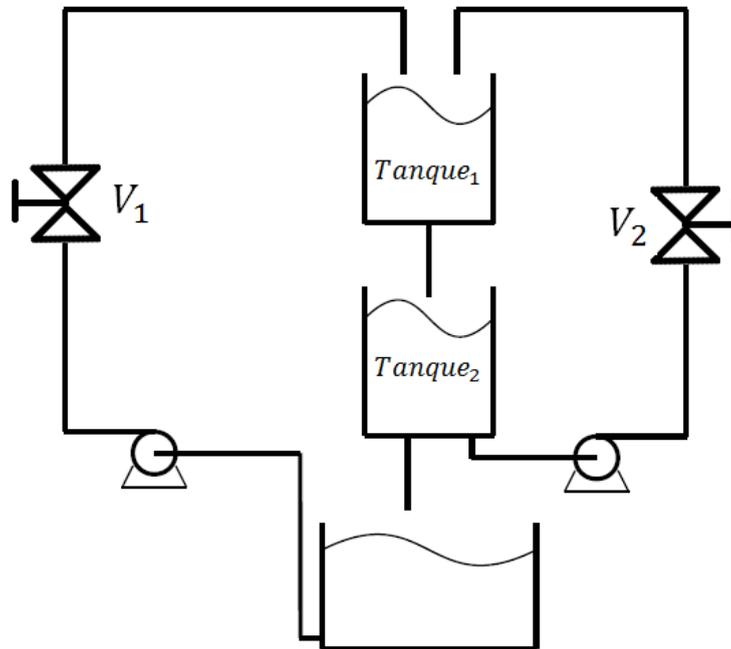


Figura 39: Diagrama de descrição da planta de Nível

Através de um experimento em malha aberta e com um período de amostragem $T_s = 1\text{ s}$ foram coletados os conjuntos de dados de entrada e saída. Como foi apresentado nos resultados do Sistema I, em sistemas com ruído o tipo de sinal utilizada para a coleta dos dados tem influência direta na obtenção dos parâmetros do controlador. Verificou-se que um sinal PRBS melhora as estimativas calculadas, portanto, nos experimentos realizados foram aplicados dois sinais PRBS simultaneamente em cada entrada u_1 e u_2 como é mostrado na Figura 40.

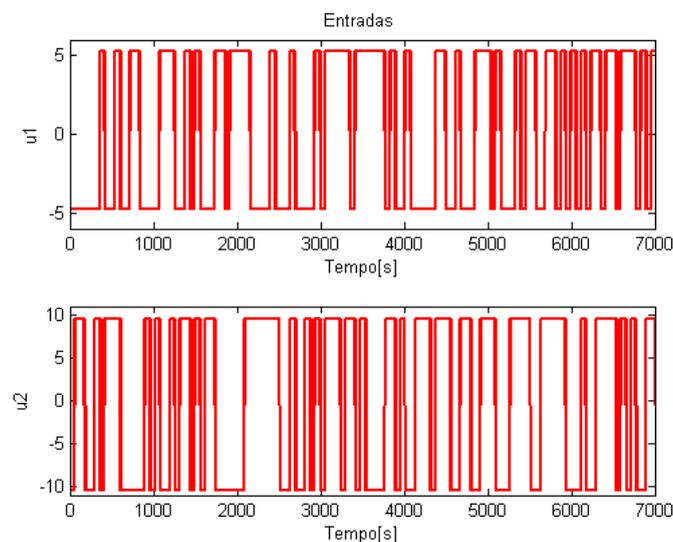


Figura 40: Sinais de entrada utilizados para a coleta dos dados em malha aberta na planta.

Com esta entrada os dados de saída da planta de nível são apresentados na Figura 41:

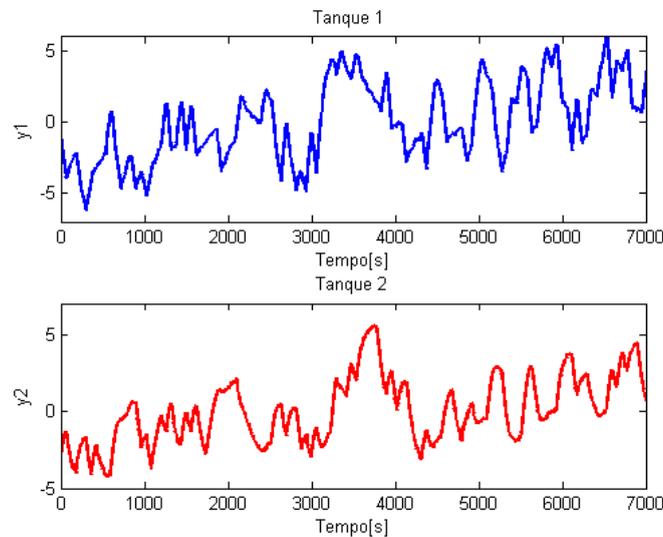


Figura 41: Conjunto de dados de saída obtidos através do ensaio em malha aberta na planta.

Inicialmente foi escolhido o modelo de referência $T_d(q)$ que corresponde à resposta desejada em malha fechada, a qual é dada por

$$T_d(q) = \begin{bmatrix} \mathbf{f} & \mathbf{I} \\ \frac{0.01}{1-0.99q^{-1}} & 0 \\ 0 & \frac{0.01}{1-0.99q^{-1}} \end{bmatrix} \quad (118)$$

Com o propósito de avaliar de forma completa o método proposto, dois exemplos de controle são abordados nos quais é considerado que o sistema está corrompido por ruído. Nos dois casos, a estrutura do controlador foi escolhida como em (101), isto é, um controlador de matriz completa com todos os elementos do tipo PI.

5.3.1 Caso I

Nesta abordagem é implementado o método proposto sem filtro descrito na seção 4.4.3, para obter os parâmetros do controlador. As estimativas obtidas através deste algoritmo são mostradas na Tabela 15.

Tabela 15: Plante de Nível: Parâmetros do controlador no caso I

Estimativa(P)	VRFT
k_{p11}	0.0498
k_{r11}	0.0043
k_{p12}	0.4699
k_{r12}	0.0042
k_{p21}	-0.5169
k_{r21}	-0.0166
k_{p22}	0.7259
k_{r22}	0.0118

Utilizando as estimativas calculadas, o controlador resultante é dado por

$$C_1(q) = \begin{bmatrix} \frac{0.05408-0.04978q^{-1}}{1-q^{-1}} & \frac{0.4741-0.4699q^{-1}}{1-q^{-1}} \\ \frac{-0.5336+0.5169z^{-1}}{1-q^{-1}} & \frac{0.7378-0.7259q^{-1}}{1-q^{-1}} \end{bmatrix}, \quad (119)$$

A fim de ilustrar os resultados obtidos neste experimento, na Figura 42 é mostrada a resposta do sistema em malha fechada com controlador, o sinal de referência e a resposta desejada dada pelo modelo de referência $T_d(q)$.

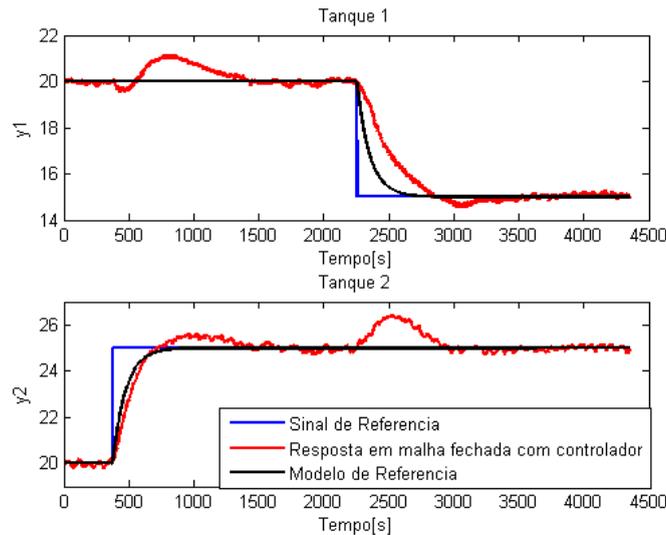


Figura 42: Resultado Caso I: Resposta do sistema em malha fechada com controlador, sinal de referência e a resposta desejada dada por T_d .

Neste caso o valor do custo obtido para a resposta em malha fechada é $J_2^{MR} = 3.471$. Nota-se que este resultado é bastante satisfatório, considerando que o sistema apresenta ruído e o controle projetado é dado inicialmente para sistemas sem influência do ruído. Adicionalmente é notável nas saídas a interação que existe entre as malhas do sistema, por exemplo no segundo 2250 que uma mudança é realizada no sinal de referência u_1 a saída y_2 gera uma oscilação como consequência desta mudança, da mesma maneira ocorre na saída y_1 quando um degrau é aplicado na entrada u_2 no segundo 450. Este efeito pode ser minimizado, e a resposta pode ser ainda melhorada através da utilização do filtro que será apresentado no seguinte caso.

5.3.2 Caso II - Filtro

Nesta abordagem é implementado o método proposto com a inserção do filtro $L(q)$ como foi descrito na seção 4.4.4. Similar ao caso com ruído da seção 5.2.3.3, a estrutura do filtro será igual ao modelo de referência, isto é

$$L(q) = \begin{bmatrix} \mathbf{f} & \mathbf{0} \\ \frac{0.01}{1-0.99q^{-1}} & \frac{0.01}{1-0.99q^{-1}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (120)$$

Na Tabela 16 são apresentados os ganhos estimados com esta metodologia

Tabela 16: Plante de Nível: Parâmetros do controlador no caso II

Estimativa(P)	VRFT
k_{p11}	1.4704
k_{i11}	0.0108
k_{p12}	1.5005
k_{i12}	0
k_{p21}	-3.2293
k_{i21}	-0.0247
k_{p22}	0.3619
k_{i22}	0.0226

Note que o resultado da estimativa k_{i12} foi zero, portanto o controlador do tipo $C_{12}(q)$ se torna um controlador do tipo Proporcional. Com estes parâmetros foi calculado o controlador que deve ser aplicado ao sistema, dado por

$$C_2 = \begin{bmatrix} \frac{1.481-1.47q^{-1}}{1-q^{-1}} & 1.5 \\ \frac{-3.254+3.229q^{-1}}{1-q^{-1}} & \frac{0.3844-0.3619q^{-1}}{1-q^{-1}} \end{bmatrix}, \quad (121)$$

A fim de ilustrar os resultados obtidos neste experimento, na Figura 43 é mostrada a resposta do sistema em malha fechada com controlador, o sinal de referência e a resposta desejada dada pelo modelo de referência $T_d(q)$.

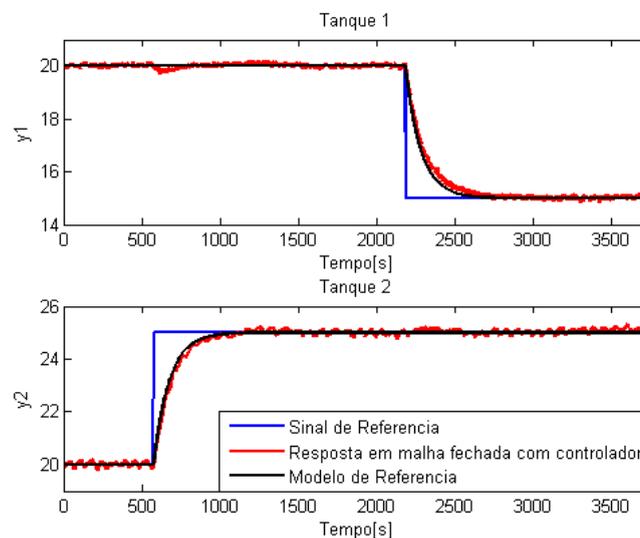


Figura 43: Resultado Caso II: Resposta do sistema em malha fechada com controlador, sinal de referência e a resposta desejada dada por $T_d(q)$.

Neste caso o valor do custo obtido para a resposta em malha fechada é $J_2^{MR} = 0.228$. Note que a resposta apresentada na Figura 42 embora aplicando um algoritmo projetado para sistemas sem ruído em uma planta corrompida por ruído, consegue obter um desempenho satisfatório. Mas este desempenho foi ainda melhorado através da implementação do filtro no qual a diferença entre a resposta desejada e obtida foi consideravelmente diminuída como é mostrado na Figura 43. Não foi necessário o uso de uma variável

instrumental para obter um desempenho satisfatório, por esta razão, somente um experimento foi realizado, sendo que esta é uma das principais vantagens do método de controle VRFT.

Na tabela (17) é mostrado o valor do custo J_2^{MR} para cada exemplo apresentado nos casos I e II. Onde $J_2^{MR}(1)$ corresponde aos custos para o caso I (Metodologia proposta sem filtro nem variável instrumental), enquanto $J_2^{MR}(2)$ apresenta os custos da metodologia proposta com a inclusão do filtro.

Tabela 17: Valores da função custo para as estimativas obtidas na planta.

$u(t)$	$J_2^{MR}(1)$	$J_2^{MR}(2)$
Degrau	3.471	0.228

Dado que um objetivos do trabalho é avaliar a efetividade do método proposto em um sistema real, os resultados apresentados evidenciam que a metodologia proposta tem potencial para aplicação a diferentes processos reais.

Experimentos adicionais poderiam ser realizados na planta. Por exemplo utilizar um modelo de referência que apresente uma resposta mais rápida e que sua estrutura seja dada por uma matriz diagonal com elementos diferentes, a fim de realizar uma comparação de desempenho entre as duas metodologias em um sistema real. Em razão de que o controlador descentralizado é mais simples na implementação no setor industrial, testes poderiam ser realizados com esta estrutura de controle para avaliar os resultados ao escolher um tipo de controlador de menor complexidade. Finalmente a escolha do filtro que em todos os casos foi igual ao modelo de referência pode ser expandida, a fim de analisar a influência que representa esta seleção na obtenção dos parâmetros do controlador.

6 CONCLUSÕES

No decorrer desta dissertação foi apresentada uma melhoria ao método de controle baseado em dados VRFT, a fim de estabelecer uma metodologia para aplicação em sistemas multivariáveis, a qual possibilita a aplicação do método em uma gama maior de processos.

No projeto de controle de um sistema multivariável, diferentes estratégias podem ser adotadas. Utilizar um controlador descentralizado, se a interação entre as malhas não for muito grande; no caso contrário em que o acoplamento entre as malhas é considerável, é possível optar por um controle por blocos desacopladores ou controle centralizado. Este último representa uma alternativa para controle de processos de alta interação entre as malhas do sistema, porém, apresenta um maior grau de complexidade no momento do projeto.

No caso de controle descentralizado, existem diferentes estratégias e os resultados obtidos podem ser considerados satisfatórios se as interações de uma malha em outra não forem prejudiciais aos sistemas. Por outro lado, quando se deseja o total desacoplamento, é necessário projetar um controlador cheio. Sabendo-se disso, verifica-se a demanda por um método capaz de sintonizar tais controladores sem a prévia identificação do modelo do processo, exatamente o que é feito pelos métodos baseados em dados.

Por esse motivo, este trabalho explora um método de controle baseado em dados aplicado em sistemas multivariáveis. Diferente do método apresentado na literatura, o método proposto neste trabalho permite a aplicação do VRFT em sistemas MIMO onde os requisitos de desempenho podem ser escolhidos de forma específica para cada variável. Além disso, a utilização de variável instrumental e um filtro mostram-se adequadas para estimar os controladores quando os dados são afetados por ruído.

A principal contribuição deste trabalho é o desenvolvimento de um método de controle que apresente um desempenho melhor que os métodos apresentados na literatura. Estas melhorias foram avaliadas em dois sistemas e os resultados obtidos permitem concluir que tanto sem influência de ruído quanto em sistemas com ruído, o algoritmo proposto supera o desempenho da metodologia existente. No caso sem ruído, a resposta do sistema utilizando o método proposto é igual a desejada, independente da escolha do modelo de referência, diferentemente do método da literatura. No entanto, nos casos em que o sistema é corrompido por ruído, o tipo de sinal empregado para a coleta dos dados tem influência direta na obtenção dos controladores calculados. Isto permitiu concluir que um sinal mais excitante como o PRBS gera melhores estimativas comparada com o sinal degrau. Por outro lado, a escolha do filtro, que em todos os exemplos foi igual ao modelo de referência, pode ser expandida a fim de analisar a influência que representa esta seleção na obtenção dos parâmetros do controlador.

O segundo experimento foi realizado em uma planta piloto de controle de nível, a

fim de avaliar a metodologia proposta em um processo real. Os resultados apresentaram desempenho satisfatório.

Como trabalhos futuros, pretende-se encontrar formas mais precisas de obter o modelo de referência que descreve o comportamento desejado da planta, já que até o momento não existe uma metodologia consolidada que permita escolher estes parâmetros levando em consideração as características dos sistemas multivariáveis. Em razão de que o controlador descentralizado é mais simples na implementação no setor industrial, testes poderiam ser realizados com esta estrutura de controle para avaliar os resultados ao escolher um tipo de controlador de menor complexidade. Além disso, no caso com ruído onde é necessária a utilização do filtro, pretende-se expandir a escolha deste parâmetro, e analisar a influência que representa esta seleção na obtenção dos parâmetros do controlador.

Conclui-se que os objetivos colocados para este trabalho foram satisfeitos e estabelecem uma base para trabalhos futuros nesta área de pesquisa.

REFERÊNCIAS

- ANDERSON, B. D.; MOORE, J. B. **Linear optimal control**. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1971.
- ÅSTRÖM, K. J.; JOHANSSON, K. H.; WANG, Q.-G. Design of decoupled PI controllers for two-by-two systems. **IEE Proceedings-Control Theory and Applications**, [S.l.], v.149, n.1, p.74–81, 2002.
- BAZANELLA, A. S.; CAMPESTRINI, L.; ECKHARD, D. **Data-driven controller design: the h2 approach**. [S.l.]: Springer, 2011.
- BAZANELLA, A. S. et al. Iterative minimization of H2 control performance criteria. **Automatica**, [S.l.], v.44, n.10, p.2549–2559, 2008.
- BAZANELLA, A. S.; GOMES DA SILVA, J. Ajuste de controladores PID. **Apostila do Curso de Extensão, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre**, [S.l.], 1999.
- BRISTOL, E. On a new measure of interaction for multivariable process control. **IEEE Transactions on Automatic Control**, [S.l.], v.11, n.1, p.133–134, 1966.
- CAMPESTRINI, L. **Sintonia de controladores PID descentralizados baseada no método do ponto crítico**. 2006. 98 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Porto Alegre, 2006.
- CAMPESTRINI, L. **Contribuições para métodos de controle baseados em dados obtidos em apenas um experimento**. 2010. 118 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Porto Alegre, 2010.
- CAMPESTRINI, L. et al. Virtual reference feedback tuning for non-minimum phase plants. **Automatica**, [S.l.], v.47, n.8, p.1778–1784, 2011.
- CAMPI, M. C.; LECCHINI, A.; SAVARESI, S. M. Virtual reference feedback tuning: a direct method for the design of feedback controllers. **Automatica**, [S.l.], v.38, n.8, p.1337–1346, 2002.
- CAMPI, M. C.; SAVARESI, S. M. Direct nonlinear control design: the virtual reference feedback tuning (vrft) approach. **IEEE Transactions on Automatic Control**, [S.l.], v.51, n.1, p.14–27, 2006.

- CAO, Y.; BISS, D. New screening techniques for choosing manipulated variables. In: IFAC WORLD CONGRESS, 1996, San Francisco. **Proceedings...** [S.l.:s.n.], 1996, p.103-108.
- DESHPANDE, P. B. **Multivariable process control**. [S.l.]: Instrument Society of America, 1989.
- ECKHART, D.; SCHAF, F.; GOMES DA SILVA, J. Uma Plataforma de Experimentação Remota para Ensino de Controle. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA, 16., 2006, Salvador, BA. **Anais...** [S.l.: s.n.], 2006. p. 2305-2310.
- FORMENTIN, S.; SAVARESI, S. M. Noniterative data-driven design of multivariable controllers. In: DECISION AND CONTROL AN EUROPEAN CONTROL CONFERENCE, 50., 2011, Orlando. **Proceedings...** [S.l.: s.n.], 2011. p. 5106–5111.
- GONZÁLEZ, M. et al. Multivariable Centralized Control with Decoupling and Feedforward Compensation for Residential Wind Turbine. In: WORLD CONGRESS THE INTERNATIONAL FEDERATION OF AUTOMATIC CONTROL, 18., 2011, Milano, Italy. **Proceedings...** [S.l.: s.n.], 2011. p. 557–562.
- GOODWIN, G. C.; GRAEBE, S. F.; SALGADO, M. E. **Control system design**. New Jersey: Prentice Hall, 2001.
- HJALMARSSON, H.; GUNNARSSON, S.; GEVERS, M. A convergent iterative restricted complexity control design scheme. In: IEEE CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL, 33., 1994, Lake Buena Vista. **Proceedings...** [S.l.: s.n.], 1994. v.2, p.1735–1740.
- HO, W.; XU, W. Multivariable PID controller design based on the direct nyquist array method. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE, 6., 1998, Philadelphia. **Proceedings...** [S.l.: s.n.], 1998. v.6, p.3524–3528.
- HOVD, M.; SKOGESTAD, S. Sequential design of decentralized controllers. **Automatica**, [S.l.], v.30, n.10, p.1601–1607, 1994.
- JANSSON, H.; HJALMARSSON, H.; HANSSON, A. On methods for gradient estimation in IFT for MIMO systems. In: IFAC WORLD CONGRESS, 15, Barcelona, Spain. **Proceedings...** [S.l.: s.n.], 2002, p. 1047-1047.
- KAMMER, L. C.; BITMEAD, R. R.; BARTLETT, P. L. Direct iterative tuning via spectral analysis. **Automatica**, [S.l.], v.36, n.9, p.1301–1307, 2000.
- KARIMI, A.; MIŠKOVIC, L.; BONVIN, D. Iterative correlation-based controller tuning. **International Journal of Adaptive Control and Signal Processing**, [S.l.], v.18, n.8, p.645–664, 2004.
- LEE, J.; HYUN KIM, D.; EDGAR, T. F. Static decouplers for control of multivariable processes. **AIChE journal**, [S.l.], v.51, n.10, p.2712–2720, 2005.
- LIU, T.; ZHANG, W.; GAO, F. Analytical decoupling control strategy using a unity feedback control structure for MIMO processes with time delays. **Journal of Process Control**, [S.l.], v.17, n.2, p.173–186, 2007.

- LJUNG, L. **System identification**. [S.l.]: Springer, 1998.
- LUYBEN, W. L. Simple method for tuning SISO controllers in multivariable systems. **Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development**, [S.l.], v.25, n.3, p.654–660, 1986.
- MAYNE, D. Q. The design of linear multivariable systems. **Automatica**, [S.l.], v.9, n.2, p.201–207, 1973.
- MISKOVIC, L. et al. Correlation-based tuning of linear multivariable decoupling controllers. In: DECISION AND CONTROL, AND EUROPEAN CONTROL CONFERENCE, 44., 2005, Seville. **Proceedings...** [S.l.: s.n.], 2005. p. 7144–7149.
- MORILLA, F.; VÁZQUEZ, F.; GARRIDO, J. Centralized PID control by decoupling for TITO processes. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON EMERGING TECHNOLOGIES AND FACTORY AUTOMATION, 13., 2008, Hamburg. **Proceedings...** [S.l.: s.n.], 2008. p.1318–1325.
- NAKAMOTO, M. An application of the virtual reference feedback tuning for an MIMO process. In: SICE ANNUAL CONFERENCE, 3., 2004, Sapporo. **Proceedings...** [S.l.: s.n.], 2004. v.3, p.2208–2213.
- NORDFELDT, P.; HÄGGLUND, T. Decoupler and PID controller design of TITO systems. **Journal of Process Control**, [S.l.], v.16, n.9, p.923–936, 2006.
- OGUNNAIKE, B. A.; RAY, W. H. **Process dynamics, modeling, and control**. New York: Oxford University Press, 1994. v.9.
- RODRIGUES, G.; CAMPESTRINI, L.; BAZANELLA, A. S. Automating the choice of the Reference Model for Data Based Control Methods applied to PID controllers. In: Congresso Brasileiro de Automática, 20., 2014, Belo Horizonte. **Anais...** [S.l.: s.n.], 2014. p. 1088-1095.
- SHINSKEY, F. **Process-control systems: application, design, adjustment**. New York: McGraw-Hill, 1967.
- SKOGESTAD, S.; HAVRE, K. The use of RGA and condition number as robustness measures. **Computers & chemical engineering**, [S.l.], v.20, p. S1005–S1010, 1996.
- SKOGESTAD, S.; POSTLETHWAITE, I. **Multivariable feedback control: analysis and design**. New York: Wiley, 2007. v.2.
- TAN, W.; LIU, J.; TAM, P. PID tuning based on loop-shaping H1 control. **IEE Proceedings-Control Theory and Applications**, [S.l.], v.145, n.6, p.485–490, 1998.
- TAVAKOLI, S.; GRIFFIN, I.; FLEMING, P. J. Tuning of decentralised PI (PID) controllers for TITO processes. **Control engineering practice**, [S.l.], v.14, n.9, p.1069–1080, 2006.
- VÁZQUEZ, F.; MORILLA, F. Tuning decentralized PID controllers for MIMO systems with decouplers. In: IFAC WORLD CONGRESS, 15., 2002, Barcelona, Spain. **Proceedings...** [S.l.:s.n.], 2002. p.137-137.

WANG, Q.-G.; HUANG, B.; GUO, X. Auto-tuning of TITO decoupling controllers from step tests. **ISA transactions**, [S.l.], v.39, n.4, p.407–418, 2000.

ZHU, Z.-X. Variable pairing selection based on individual and overall interaction measures. **Industrial & engineering chemistry research**, [S.l.], v.35, n.11, p.4091–4099, 1996.

ZIEGLER, J.; NICHOLS, N. Optimum settings for automatic controllers. **Transactions of the A.S.M.E.**, [S.l.], v.64, n.11, p. 220-222, 1942.